# BULLETIN

ČESKOSLOVENSKÁ
SPOLEČNOST
PRO MECHANIKU
PŘI ČSAV

3 · 1986

3 U L L E T I N 3/1986

's. společnosti pro mechaniku při ČSAV

ydává Čs. společnost pro mechaniku při ČSAV
'e spolupráci s Jednotou čs. matematiků a fyziků v Praze

dpovědný pracovník: Ing. Rudolf Dvořák, CSc.
vědecký tajemník Společnosti

edakce Bulletinu: Ing. Miloslav Okrouhlík, CSc.
Ústav termomechaniky ČSAV, Praha 6
Puškinovo nám. 9, tel. 3122725

Ing. František Havlíček, CSc.
SVÚSS, Praha 1, Husova 8, tel. 247751-5

dresa sekretariátu: Vyšehradská 49, 128 00 Praha 2

rčeno členům Čs. společnosti pro mechaniku při ČSAV

iskne: Polygrafia 6 (Prometheus), Praha 8

vid.č. UVTEI 79 038

# BULLETIN 3'86

## ČESKOSLOVENSKÁ SPOLEČNOST PRO MECHANIKU

### DVACET LET OD ZALOŽENÍ ČESKOSLOVENSKÉ SPOLEČNOSTI PRO MECHANIKU PŘI ČSAV

V letošním roce uplynulo dvacet let od založení Čsl. společnosti pro mechaniku při ČSAV, neboť byla ustavena 31. března 1966. Jejím základním cílem je sdružovat vědecké, vědeckopedagogické a vědeckovýzkumné pracovníky v oboru mechaniky, přispívat k dalšímu rozvoji a zvyšování úrovně v oboru a podílet se na koncepční a prognostické činnosti, jakož i na propagaci i realizaci výsledků vědeckovýzkumné činnosti ve společenské praxi.

Při založení měla Společnost celkem 308 členů, přičemž v současné době má přes 1200 členů spolu s kolektivními členy. V roce 1968 byla vytvořena samostatná Slovenská společnost pro mechaniku při SAV. Pobočky Čsl. společnosti pro mechaniku pracují v Brně (od roku 1967), v Plzni (od roku 1971) a v Liberci (od roku 1983). Kolektivními členy jsou k.p. Škoda Plzeň (od roku 1967), ČKD závod Kompresory (od roku 1972), k.p. Elitex (od roku 1979), k.p. Sigma Olomouc a k.p. Vítkovice (od roku 1981), Vysoké učení technické Brno (od roku 1984), Výzkumný ústav kolejových vozidel (od roku 1985), ČVUT Praha Fakulta strojní, Fakulta stavební (od roku 1985) a Státní výzkumný ústav pro stavbu strojů Praha (od roku 1986).

VŠSE Plzeň (od r. 1987)
VÚMV Praha (od r. 1987)
Výzkumný ústav Praha (od r. 1987)

Práce Společnosti se postupně rozvíjela od roku 1966 především ve čtyřech odborných skupinách. V roce 1985 to již bylo 19 odborných skupin, zastřešených pěti sekcemi: Mechanika tekutin a termomechanika, Mechanika křehkých a poddajných těles a prostředí, Experimentální mechanika, Biomechanika a Geomechanika.

Aktivní účast Společnosti je rovněž v přičleněných pracovních skupinách, jichž v současné době má Společnost celkem 9, a to pro technické obory: Čerpací technika, Dynamika dopravních prostředků a cest, Energetická zařízení, Letectví, Matematické modelování mechanických struktur, Teorie inženýrských stavebních konstrukcí, Teorie zemních a podzemních konstrukcí, Textilní stroje a Turbokompresory.

Společnost je kolektivním členem Mezinárodní organizace pro teorii strojů a mechanismů, Mezinárodní organizace pro mechaniku zemin a zakládání staveb a Mezinárodní rady pro letecké vědy. Je rovněž nositelem mezinárodní dohody s GESA realizované sekcí "Experimentální mechanika". IFToMM ICAS EAEE

Čsl. společnost pro mechaniku při ČSAV se v průběhu svého dvacetiletého trvání významně podílela a dále přispívá k rozvoji i realizaci nejdůležitějších úkolů státních programů rozvoje vědy, techniky, badatelského výzkumu a prognostických studií, o čemž mimo jiné svědčí, že od roku 1966 bylo v jejím rámci organizováno a řízeno více než 300 celostátních a zahraničních seminářů a konferencí a uskutečněno více než 2400 přednášek s velmi dobrým ohlasem.

V této oblasti je nutno vysoce ocenit vědeckovýzkumnou a přednáškovou činnost odborné skupiny "Experimentální analýza napětí" a zejména jejího dlouholetého předsedu Doc. Ing. J. Javornického, DrSc. od r. 1987 Doc. Ing. Stan. Holý, CSc.

Od roku 1980 Společnost rovněž vydává třikrát ročně Bulletin v nákladu cca 1200 výtisků. – od r. 1988 1470 výtisků

O tento zdárný vývoj Společnosti se významně zasloužil první předseda Čsl. společnosti pro mechaniku akademik J. Kožešník, v jehož linii pokračoval i člen korespondent ČSAV A. Myslivec, který byl druhým předsedou Společnosti. Mimořádně úspěšně vedl od roku 1977 Čsl. společnost pro mechaniku akademik K. Juliš, místopředseda ČSAV. Od roku 1979 je předsedou Společnosti člen korespondent ČSAV J. Valenta. K rozvoji Společnosti rovněž významnou měrou přispěli vědečtí tajemníci Prof.RNDr. J. Polášek,DrSc., Ing. O. Daněk,CSc. a Ing. R. Dvořák,CSc. Na tomto místě je nutno vysoce ocenit práci s. Vysoké, tajemnice Společnosti od jejího založení za pečlivé vedení sekretariátu.



Za vynikající zásluhy o rozvoj Společnosti bylo v uplynulém období uděleno 16 čestných členství, z toho dvě vědeckým pracovníkům ze zahraničí (PAV a BAV).

Za úspěšnou činnost v oblasti mechaniky byla Společnosti v roce 1976 udělena Prezídiem ČSAV "Stříbrná čestná plaketa ČSAV Františka Křižíka".

Společnost je rovněž v rámci své činnosti aktivně zapojena do spolupráce s ČsVTS, vysokými školami, Soc. akademií a prostřednictvím sekcí též při realizaci vícestranné spolupráce Akademií věd SZ.

Čsl. společnost pro mechaniku při ČSAV má možnost vysoce ocenit vzájemnou spolupráci s ČSAV, VŠ a resorty svou medailí "Za zásluhy o rozvoj mechaniky", jakož i udělováním diplomů studentům VŠ v rámci SVOČ, případně za úspěšnou diplomní práci.

V budoucím období se Čsl. společnost pro mechaniku soustředí na plnění závěrů XVII. sjezdu KSČ, týkajících se vědeckotechnického rozvoje a intenzifikace čsl. národního hospodářství a zejména stěžejních směrů a cílových projektů základního výzkumu pro 8. pětiletku, dále na rozvoj hraničních vědních oborů v rámci zemí RVHP. V tomto smyslu připravuje Společnost nosná témata další činnosti, která zahrnují mechaniku kontinua, konstitutivní rovnice pevné a tekuté fáze a odbornou výchovu pracovníků v souladu s rozvojem poznatků vědy a techniky. Předpokládáme rovněž další růst členské základny Společnosti včetně kolektivního členství.

Dvacetiletý úspěšný rozvoj Čsl. společnosti pro mechaniku při ČSAV předpovídá, že činnost Společnosti bude nejen přínosem pro další zkvalitnění vědeckého pokroku v technických i biologických vědách, ale i přínosem pro potřeby čsl. národního hospodářství v 8. a 9. PLP.

Předsednictvo ČSSM



Společnost má nyní na 780 členů, 595 akademik. čl., 7 čestných čl., 18 nehr. členů, 17 kolektivní, 2 SSSR, 2 Maďarsko, po 1 Polsko, Holandsko, NSR, Belgie.

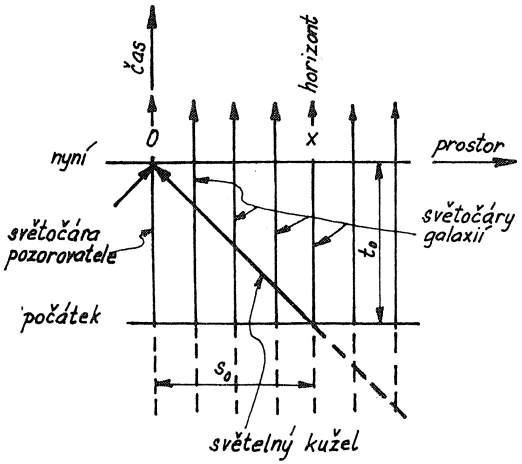
MINULOST A PŘÍTOMNOST VESMÍRU

Ing.E.Ulrych,CSc., SVÚSS Praha

## 1. Kosmologický problém

Tento článek volně navazuje na práce [14,15], zveřejněné v minulých letech v tomto časopise; jejich znalost však není nutnou podmínkou k porozumění následujícím odstavcům.

Naši kosmologickou úvahu začneme zdánlivě naivní, ale lapidární otázkou: "Proč je v noci tma?" - Jinak řečeno, proč je obloha mezi jednotlivými objekty tmavá? - Bližší zkoumání tohoto problému, známého v astronomii jako "Olbersův paradox" nás vede k závěru, že vesmír nemůže být nekonečný zároveň v prostoru i v čase. Situaci pozorovatele v prostorově nekonečném, statickém a euklidovském vesmíru znázorníme pomocí obr. 1.




Obr. 1

V daném diagramu jsou znázorněny světočáry (tj.trajektorie těles v prostoročasovém kontinuu) různých galaxií - obecně dané prostorovou souřadnicí X - včetně naší



galaxie (poloha 0), kterou v globálním měřítku ztotožníme se stanovištěm pozorovatele. Je-li vzdálenost obecně zvolené galaxie s, pak světlo z ní doletí k pozorovateli za dobu

$$t = \frac{s}{c} . \qquad (1)$$

Měříme-li vzdálenost ve světelných rocích, pak zřejmě doba, potřebná k tomu, aby světelný paprsek překonal danou vzdálenost, číselně odpovídá této vzdálenosti. Světelné paprsky z jednotlivých galaxií k nám tedy přichází se zpožděním, které je úměrné jejich vzdálenosti.

Kdyby nekonečný vesmír existoval nekonečně dlouho v minulosti, přicházely by k nám světelné paprsky nekonečně mnoha galaxií, což by způsobilo, že by obloha i v noci zářila. Na tomto faktu nic nemění ani možnost absorpce světla v mezihvězdném prostoru, neboť schopnost absorpce jakéhokoliv prostředí je časově omezená; podle principu energie začne látka, která pohlcuje záření, přijatou energii po kratší či delší době opět vydávat.

Rozporu se vyhneme, budeme-li předpokládat, že vesmír existuje v minulosti pouze v konečném čase $t_0$. Extrapolujeme-li pohyb světelných paprsků nazpět v čase, zjišťujeme, že ve statickém euklidovském vesmíru existuje oblast, omezená v diagramu na obr. 1 světelným kuželem s vrcholem v bodě 0, (tj. v místě pozorovatele), která definuje tzv. horizont. Je-li doba trvání vesmíru $t_0$, pak vzdálenost horizontu - za předpokladu statického vesmíru - je $s_0 = ct_0$. Galaxie, ležící před horizontem, jsou (alespoň principiálně) pozorovatelné, galaxie, ležící za horizontem, jsou v současné době nepozorovatelné.

Vzdálenost $s_0 = ct_0$ definuje tzv. horizont částic, který platí v daném okamžiku $t_0$. S pomocí obr. 1 dojdeme snadno i k dalšímu pojmu - horizontu událostí. Všechny události uvnitř světelného kužele mohly být v minulosti pozorovány. Události, odehrávající se vně světelného kužele, nemohly být dosud pozorovány, ale mohou se stát (teoreticky) pozorovatelnými v budoucnosti.

V dalším ukážeme, že nastíněnou problematiku neřeší moderní kosmologie staticky, ale ryze dynamicky - v expandujícím vesmíru.

## 2. Krátký pohled do historie

Éra statického chápání vesmíru vyvrcholila v r. 1917 Einsteinovým modelem vesmíru v podobě povrchu hypersféry (čtyřrozměrné koule) , který je sice konečný, ale neohraničený. Je to tedy uzavřený vesmír s konstantní kladnou křivostí, danou tzv. kosmologickou konstantou [5]:

$$\Lambda = \frac{4\pi G\rho_0}{c^2} = \frac{1}{R^2} \qquad (2)$$

kde $G$ značí gravitační konstantu a $\rho_0$ průměrnou hustotu hmoty vesmíru. S použitím (2) lze vypočítat obvod tohoto vesmíru, jenž obnáší

$$2\pi R = c\sqrt{\frac{\pi}{G\rho_0}} \qquad (3)$$

Doba, potřebná světelnému paprsku k jednomu oběhu v Einsteinově vesmíru, tedy bude nepřímo úměrná odmocnině z jeho hustoty podle vztahu:

$$T_0 = \frac{2\pi R}{c} = \sqrt{\frac{\pi}{G\rho_0}} \qquad (4)$$

Ilustrativní příklad této závislosti uvádí Harrison v[3]. Předpokládejme, že vesmír by měl hustotu vody, tedy

$$\rho_0 = 1 g/cm^3 = 1000\ kg/m^3$$

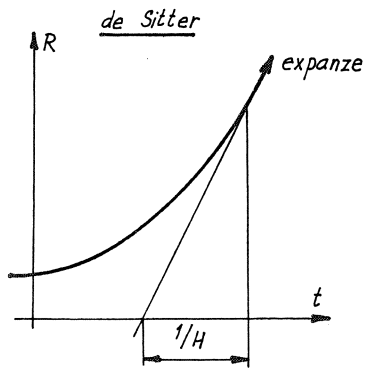
Nepřihlížíme-li k indexu lomu vody, byla by v tomto "hydrokosmu" doba, potřebná světelnému paprsku k jednomu oběhu pouze 2 hodiny a odpovídající poloměr křivosti 20 světelných minut! Položíme-li $\rho_0$ rovno hustotě zemské atmosféry při normálním tlaku, obdrželi bychom vesmír s oběžnou dobou světelného paprsku asi 60 hodin. Teprve při



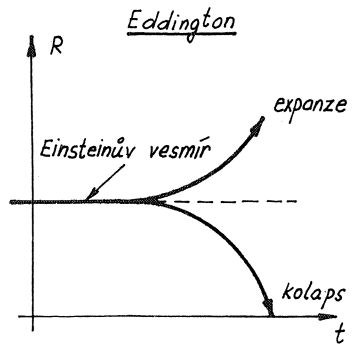
fyzikálně pravděpodobné hustotě $\rho_0 = 10^{-26} kg/m^3$ dostáváme $R \doteq 10^{10}$ světel. roků a tedy $T_0 \doteq 6.10^{10}$ roků.

Téměř současně s Einsteinem zveřejnil svůj model vesmíru de Sitter, který vyšel z hypotetického předpokladu, že průměrná hustota hmoty v nekonečném euklidovském prostoru je rovna nule. Obdržel tak vesmír, expandující s rostoucí rychlostí, jehož počátek a konec jsou však nekonečně vzdáleny na časové ose (viz diagram na obr. 2). Charakteristická doba expanze (tj. směrnice tečny k současnému stavu) 1/H souvisí s kosmologickou konstantou v de Sitterově modelu jednoduchým vztahem

$$\frac{1}{H} = \sqrt{\frac{3}{\Lambda}} \qquad (5)$$




Obr. 2



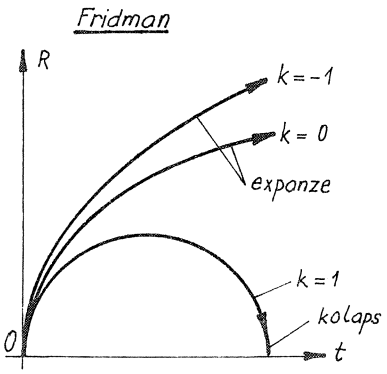

Obr. 3

De Sitterův model měl sice četné nedostatky, pro které byl záhy opuštěn, přesto však představuje důležitý mezník ve vývoji kosmologie - na vesmír se poprvé začalo pohlížet dynamicky a nikoliv staticky, jak bylo až do té doby obvyklé.

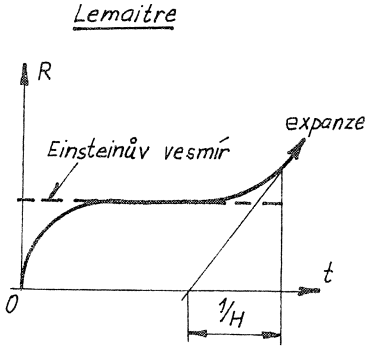
V roce 1930 dokázal na základě teoretických úvah A. Eddington, že Einsteinův vesmír nemůže být stabilní - jakmile jednou dojde k porušení rovnováhy náhodnou fluktuací, začne se tento vesmír buď rozpínat, nebo smršťovat. Ve

druhém případě skončí tento proces gravitačním kolapsem. Eddington se posléze přiklonil k první variantě - expandující Einsteinův vesmír, a proto se tento kosmologický model nazývá Eddingtonovým vesmírem (viz obr. 3). Podobně jako de Sitterův model, nemá Eddingtonův vesmír počátek na časové ose.

V roce 1922 však geniální ruský matematik a fyzik Alexander Fridman učinil kvalitativní skok ve vývoji kosmologie, když ukázal, že Einsteinovy rovnice gravitačního pole mají řešení i pro nulovou kosmologickou konstantu $\Lambda$, připustíme-li, že metrika prostoru je závislá na čase. Fridman zároveň ukázal, že kromě uzavřeného vesmíru Einsteinova typu s kladnou křivostí může existovat i otevřený expandující vesmír, buď s nulovou, nebo dokonce zápornou křivostí [2]. Teoretickými úvahami dospěl Fridman posléze k diferenciální rovnici, vyjadřující časovou závislost expanze vesmíru, kterou se budeme zabývat v dalších odstavcích.




Obr. 4




Obr. 5

Jak je patrno z obr. 4, expanze otevřených Fridmanových modelů má svůj počátek, ale její další průběh je časově neomezený. Expanze uzavřeného Fridmanova vesmíru se postupně zpomaluje, až se zcela zastaví, načež dojde ke zpětné kontrakci, končící gravitačním kolapsem.

Zvláštním případem Fridmanových modelů je otevřený vesmír s nulovou křivostí (k=0), jehož globální metrika



se postupně blíží ke geometrii euklidovské. Podrobně se tímto případem zabývali později Einstein a de Sitter, a proto je Fridmanův euklidovský vesmír někdy nazýván v literatuře jako kosmologický model Einstein-de Sitterův. (Pozor, nezaměňovat s Einsteinovým nebo de Sitterovým původním kosmologickým modelem!).

V roce 1927 francouzský kosmolog Georges Lemaitre dospěl nezávisle ke stejným pohybovým rovnicím expanze vesmíru jako Fridman. Lemaitre první zavedl pojem počátečního singulárního stavu vesmíru (známého dnes jako "Velký třesk"), který nazval "prvotním atomem". Proto dodnes Francouzi nazývají Lemaitra "otcem velkého třesku". Když v roce 1929 Edwin Hubble publikoval poznatky o rudém posuvu ve spektrech galaxií, mohl Lemaitre prohlásit: "Nalezli jsme vysvětlení tohoto úkazu - únikové rychlosti galaxií jsou kosmologickým efektem, vyvolaným expanzí vesmíru!" - Alexander Fridman se, bohužel, toho velkého triumfu své teorie nedožil. Zemřel v roce 1925 na zápal plic následkem prochlazení při výstupu v meteorologickém balónu.

Čtenář by snad mohl dospět k závěru, že od té doby byl kosmologický problém v podstatě vyřešen. Avšak opak je pravdou. Většina astronomů a fyziků nechtěla zpočátku připustit možnost, že počátkem vývoje vesmíru byl gigantický výbuch, který Angličan Fred Hoyle nazval s jistou dávkou ironie "Big Bang" - (a tento název přetrval dodnes). Odpůrci teorie Velkého třesku měli ovšem tehdy k dispozici velmi závažné argumenty. Na počátku třicátých let formuloval Hubble svůj slavný zákon, podle kterého je úniková rychlost galaxií v úměrná jejich vzdálenosti

$$v = H \cdot r. \qquad (6)$$

Konstanta úměrnosti H - tzv. Hubbleova konstanta - byla tehdy odvozena z měření rudých posuvů a vzdáleností galaxií, provedených na observatoři na Mt.Wilsonu, a jak se ukázalo později, tato pozorování byla zatížena systematickou chybou.

Tehdy vypočtená hodnota Hubbleovy konstanty byla

$$H = 500 \text{ km/(s . Mpc)} \qquad (7)$$

čemuž odpovídala charakteristická doba expanze

$$T = \frac{1}{H} \doteq 2.10^9 \text{ roků.}$$

Stáří vesmíru, vypočtené z tehdy známé hodnoty Hubbleovy konstanty, nemohlo být tedy - za předpokladu platnosti Fridmanova modelu - větší než 2 miliardy let. Avšak podle znalostí tehdejší geologie bylo již známo, že stáří samotné planety Země je větší.

Zjevný rozpor mezi teorií a naměřenými hodnotami se pokoušel např. Lemaitre překlenout svojí teorií "odpočívajícího vesmíru" - viz obr. 5. Podle této teorie vesmír po Velkém třesku expandoval až na poloměr, rovný poloměru Einsteinova vesmíru, v tomto stavu po značnou dobu setrval a teprve později došlo opět k expanzi, kterou naše měření v současné době zaznamenávají. Tím se podařilo Lemaitrovi odsunout Velký třesk na neurčitou dobu do minulosti, jak je patrno z diagramu na obr. 5. Dnes má však tato teorie již jen historický význam.

Půl století, které uplynulo od Hubbleova objevu, bylo v astronomii věnováno zejména otázkám průzkumu velmi dalekých galaxií, k čemuž přispěly nové, výkonné zrcadlové teleskopy (Mt. Palomar, Zelenčukskaja) a současný rozvoj nové pozorovací techniky v oblasti dlouhých elmag. vln - radioastronomie.

Výsledkem přesnějších pozorovacích metod byla především podstatná korekce Hubbleovy konstanty, jejíž hodnota se zmenšila cca 10x ve srovnání s hodnotou, udanou Hubblem v r. 1930. Nejpravděpodobnější hodnota Hubblovy konstanty podle současných měření je

$$H \doteq 50 \text{ km/(s . Mpc)} \qquad (8)$$

čemuž odpovídá charakteristická doba expanze



$$T \doteq 20 \,.\, 10^9 \text{ roků}$$

a stáří vesmíru přibližně $13 \,.\, 10^9$ roků. Tyto hodnoty jsou v dobré shodě s hodnotami stáří různých kosmických objektů, určených jinými metodami. (Pro srovnání: stáří planety Země se předpokládá $4{,}6 \,.\, 10^9$ let, stáří Slunce cca $5 \,.\, 10^9$ let).

Nejvýznamnějším objevem, který prokázal naprostou reálnost expanze vesmíru, byl objev tzv. <u>reliktového záření</u>, který učinili v r. 1964 dva američtí badatelé Penzias a Wilson. Jedná se o homogenní radiový šum na vlnové délce 73,5 mm, jemuž podle Planckova vyzařovacího zákona odpovídá teplota abs. černého tělesa $2{,}7^{\circ}$K. Toto záření pochází z raného období života vesmíru (cca 1/2 miliónu let po Velkém třesku), kdy měl vesmír přibližně tisíckrát větší hustotu a teplotu než dnes - tj. teplotu $> 3000^{\circ}$K. Objev reliktového záření byl právem poctěn Nobelovou cenou, neboť otevřel nové perspektivy nejen v kosmologii, ale i v nukleární fyzice.

Od té doby se podařilo - zvláště zásluhou Stevena Weinberga (též nositele Nobelovy ceny) - proniknout v teoretických úvahách podstatně dále nazpět v čase a přiblížit se až na zlomky sekundy k okamžiku Velkého třesku. Z obrovského přínosu těchto prací pro současnou fyziku uveďme alespoň výklad nukleogenese (syntezy jader) deuteria a hélia, která proběhla během prvních tří minut po Velkém třesku. Výsledky těchto teoretických úvah se skvěle potvrdily pozorováním současného chemického složení vesmíru (75% H, 24% He, 1% ostatní prvky). Bližší podrobnosti o těchto objevech najde čtenář ve vědecko-populární knize S. Weinberga [8], která byla přeložena i do českého jazyka.

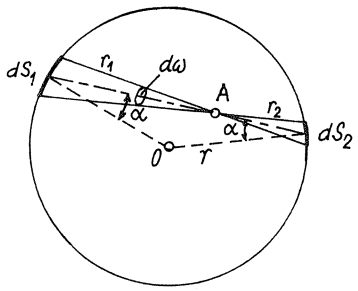
Úkolem dalších odstavců bude alespoň naznačit cesty exaktního řešení kosmologických problémů, které jsou veřejnosti známy většinou jen z populárních článků nebo přednášek.

## 3. Odvození Fridmanových rovnic na základě zákonů klasické mechaniky

Alexander Fridman vycházel při odvození pohybových rovnic expandujícího vesmíru z již tehdy známé teorie relativity [2]. Jak však ukázali později Milne i Mc Crea, lze tyto vztahy odvodit (za jistých předpokladů, o kterých se zmíníme dále) i ze zákonů klasické Newtonovy mechaniky. Protože je toto odvození snazší a pro technika srozumitelnější, uvedeme ho na prvním místě.

Jako pomocnou větu dokážeme nejprve, že sféricky symetrická hmotná skořepina (znázorněná na obr. 6), nevyvolává žádný gravitační účinek na těleso, nacházející se ve vnitřním prostoru [5,9].

Předpokládejme, že se jedná o nekonečně tenkou skořepinu s konstantní plošnou hustotou $\sigma = dm/dS$.




Obr. 6

Vypočteme intenzitu gravitačního pole v libovolném bodě A, nacházejícím se uvnitř dutiny. Tento bod zvolíme za vrchol štíhlého dvojkužele (daného elementárním prostorovým úhlem $d\omega$), který vytíná na skořepině plošky $dS_1$, $dS_2$. Kdyby plošky $dS_1$ a $dS_2$ byly kolmé k ose dvojkužele, platilo by

$$dS_1 = r_1^2 \, d\omega \quad , \qquad dS_2 = r_2^2 \, d\omega \, . \tag{9}$$

Ve skutečnosti (protože bod A byl zvolen zcela obecně) mají výrazy $r_1^2 d\omega$ a $r_2^2 d\omega$ význam průmětů plošek



$dS_1$, $dS_2$ do roviny, kolmé k ose kužele a platí tedy

$$dS_1 \cos\alpha = r_1^2 d\omega \quad , \qquad dS_2 \cos\alpha = r_2^2 d\omega \tag{10}$$

kde $\alpha$ značí úhel mezi poloměrem kulové skořepiny a osou dvojkužele. Ze vztahu (10) ihned vyplývá, že

$$\frac{dS_1}{dS_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2} \, . \tag{11}$$

Ale protože dle předpokladu je $dm = \sigma dS$, platí též úměra

$$\frac{dm_1}{dm_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2} \, . \tag{12}$$

Gravitační síly, vzbuzené elementárními hmotnostmi $dm_1$, $dm_2$ na těleso hmotností M v bodě A mají tedy velikost

$$dF_1 = \frac{GM}{r_1^2} dm_1 \, , \qquad dF_2 = \frac{GM}{r_2^2} dm_2 , \tag{13}$$

ale jsou opačného směru. Z rovnice (13) vyplývá, že

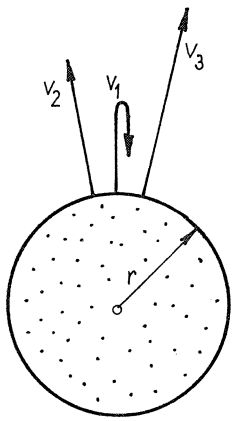
$$\frac{dF_1}{dF_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \cdot \frac{dm_1}{dm_2} \, . \tag{14}$$

Odtud vzhledem k (12) dostáváme

$$\frac{dF_1}{dF_2} = 1, \qquad \text{čili} \qquad dF_1 = dF_2 . \tag{15}$$

Stejná závislost platí pro každou dvojici plošek, ležících proti sobě na celé duté kouli a tedy gravitační účinek kulové skořepiny na bod, ležící uvnitř je roven nule.

Obrátíme nyní svoji pozornost k vyšetřování expanze tzv. "kosmické koule" [3], tj. koule složené z inkoherentních hmotných bodů, která je umístěna v nekonečném, prázdném euklidovském prostoru (viz obr. 7).




Obr. 7

Celková hmotnost kosmické koule budiž M a její poloměr r. Zkoumejme chování hmotné částice na povrchu této koule. Únikovou rychlost $v_u$ této částice stanovíme z rovnosti kinetické a potenciální energie

$$\frac{1}{2} mv^2 = \frac{GM}{r} m \qquad (16)$$

čili

$$v_u = \sqrt{\frac{2GM}{r}} \qquad (17)$$

Pro částici, nacházející se na povrchu, přicházejí tedy v úvahu 3 možnosti (viz obr. 7). Je-li její radiální rychlost $v_1 < v_u$, částice se pohybuje s rovnoměrným zpožděním, až bude její rychlost nulová a pak padá zpět. Je-li $v_2 = v_u$, částice se pohybuje stále po přímce a zastavila by se až v bodě nekonečně vzdáleném. Je-li konečně $v_3 > v_u$ částice unikne též až do nekonečna, ale ještě v bodě nekonečně vzdáleném bude mít (teoreticky)



nenulovou rychlost a tedy i kinetickou energii. Kdyby vektor počáteční rychlosti měl tangenciální směr, opisovala by uzavřená částice při $v_1 < v_u$ elipsu, při $v_2 = v_u$ parabolu a při $v_3 > v_u$ hyperbolu.

Z principu energie víme, že celková energie tělesa W je rovna součtu jeho energie kinetické $W_k$ a potenciální $W_p$

$$W = W_k + W_p = \text{konst.},$$

přičemž potenciální energii přisuzujeme záporné znaménko. Pro těleso jednotkové hmotnosti na povrchu koule tedy platí:

$$W_k = \frac{1}{2} v^2 , \qquad W_p = -\frac{GM}{r} . \qquad (18)$$

Lze tedy psát

$$v^2 = \frac{2GM}{r} + k \qquad (19)$$

kde konstanta k je rovna dvojnásobku celkové energie tělesa jednotkové hmotnosti. Je-li nyní

$$\begin{aligned} v = v_u &\quad \text{je} \quad k = 0 \\ v < v_u &\quad \text{je} \quad k < 0 \\ v > v_u &\quad \text{je} \quad k > 0 \end{aligned} \qquad (20)$$

Píšeme-li rovnici (19) pro všechny částice na povrchu kosmické koule, je tím vyjádřen pohybový stav této koule. Je-li $k < 0$, mají částice pouze eliptickou rychlost a koule je gravitačně vázána, tj. její expanze je časově omezená. Je-li naopak $k \geqq 0$, mají částice parabolickou nebo hyperbolickou rychlost a expanze kosmické koule bude pokračovat bez časového omezení.

Výše zkoumanou "kosmickou kouli" nahradíme nyní skutečným vesmírem, kde zprvu uvažované hmotné částice budou značit jednotlivé galaxie. Z vesmíru vyjmeme na li-

bovolném místě sférickou oblast poloměru r, dostatečně velkou, aby rozlišení galaxií uvnitř této koule bylo možno pokládat za rovnoměrné. Zkoumáme-li nyní vliv gravitačního pole galaxií uvnitř této koule na galaxie na povrchu, dojdeme ke stejným závěrům, jako při zkoumání hypotetické kosmické koule.

Naskýtá se ovšem oprávněná otázka, jaký bude gravitační vliv hmotných těles, nacházejících se vně uvažované koule. Avšak odpověď na tuto otázku jsme získali již na začátku tohoto odstavce. Účinky hmot vně uvažované koule můžeme nahradit účinkem sférických skořepin, obklopujících naší kosmickou kouli. Avšak tento účinek, jak bylo dokázáno, je nulový. Na chování kosmické koule mají vliv pouze hmotná tělesa uvnitř, a tedy, libovolné dvě galaxie ve vesmíru působí na sebe vždy přitažlivou silou, bez ohledu na účinky okolních těles. Kdyby tedy galaxie nebyly v pohybu, již dávno by došlo k jejich kolapsu, jinak řečeno, statický vesmír je útvar nestabilní. Pouze expandující vesmír je schopen dlouhodobé existence.

První Fridmanovu rovnici odvodíme již nyní snadno z rovnice (19), zavedením tzv. "měřítkového faktoru" nebo stručně "měřítka".[1] Nechť v současnosti, které přisoudíme časový údaj $t_o$, je poloměr kosmické koule $r_o$ a "měřítkový faktor" má hodnotu $R_o$. Pak v libovolném jiném okamžiku platí

$$r = r_o \left( \frac{R}{R_o} \right) \tag{21}$$

kde R je hodnota měřítka v čase t; tedy R = R(t). Rychlost v na povrchu kosmické koule lze pak vyjádřit pomocí měřítkového faktoru:

$$v = \dot{r} = \frac{dr}{dt} = r_o \left( \frac{\dot{R}}{R_o} \right) \tag{22}$$

---

1) V originále [3] "scaling factor"



kde

$$\dot{R} = \frac{dR}{dt} \tag{23}$$

Vyjádříme-li ještě hmotnost kosmické koule M pomocí průměrné hustoty kosmu $\rho$

$$M = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho \tag{24}$$

lze rovnici (19) vyjádřit ve tvaru

$$\dot{R}^2 = \frac{8 \pi G \rho R^2}{3} + \frac{R_o^2}{r_o^2} \cdot \text{konst.} \tag{25}$$

Druhý člen na pravé straně rovnice (25), který je konstantní pro všechny body kosmické koule, nahrazujeme novou konstantou, které z konvenčních důvodů přisuzujeme záporné znaménko. Tak dostáváme první Fridmanovu rovnici ve tvaru

$$\boxed{\dot{R}^2 = \frac{8 \pi G \rho R^2}{3} - k} \tag{26}$$

Zde je třeba zdůraznit, že rovnice (26) neobsahuje konkrétní hodnotu $r_o$ poloměru kosmické koule, ale pouze měřítkový faktor R, nezávislý na skutečném poloměru. Rovnice (26) platí tedy pro libovolně velkou oblast vesmíru. Další důležitou předností této rovnice je možnost, měřítkový faktor "normalizovat", tj. volit hodnotu R tak, aby konstanta k nabývala pouze tří možných hodnot

$$k = -1,\ 0,\ +1. \tag{27}$$

Hodnota k = 0 odpovídá zřejmě otevřenému vesmíru, expandujícímu právě parabolickou rychlostí, k = +1 vesmíru uzavřenému, expandujícímu eliptickou rychlostí a k = -1 vesmíru otevřenému, expandujícímu hyperbolickou rychlostí. (Pozor, význam znamének je opačný, než ve vztazích (20)!).

Analogickou rovnici můžeme odvodit pro rovnováhu sil, působících na těleso jednotkové hmotnosti na povrchu kosmické koule. Přitažlivá síla F má zřejmě velikost:

$$F = -\frac{GM}{r^2} = -\frac{4\pi G \rho r}{3} . \qquad (28)$$

V pohybové rovnici F = ma položíme m = 1 a do vztahů pro sílu F a zrychlení a zavedeme měřítkový faktor takto:

$$F = -\frac{4\pi G\rho}{3} r_o \left(\frac{R}{R_o}\right) ; \quad a = \dot{v} = r_o \left(\frac{\ddot{R}}{R_o}\right) . \qquad (29)$$

Dospíváme tak ke 2. Fridmanově rovnici

$$\boxed{\ddot{R} = -\frac{4\pi G \rho R}{3}} \qquad (30)$$

Tato rovnice v podstatě vyjadřuje stejnou fyzikální závislost jako 1. Fridmanova rovnice (26). Předpokládáme-li totiž, že při expanzi kosmické koule platí zákon o zachování hmoty, bude součin $\rho R^3$ při expanzi konstantní a rovnici (26) dostaneme integrací rovnice (30).

Zbývá zodpovědět otázku, jak dalece lze Fridmanovy rovnice, které jsme odvodili na základě klasické Newtonovy mechaniky, zobecnit na celý vesmír. Je zřejmé, že pokud vycházíme ze zákonů klasické mechaniky, zůstává platnost odvozených vztahů omezena na únikové rychlosti galaxií, malé ve srovnání s rychlostí světla. Vzhledem k Hubbleově konstantě v = Hr z toho dále vyplývá, že platnost daných vztahů bude omezena jen na blízké okolí naší galaxie, kde pod pojmem "blízké okolí" rozumíme oblast, dobře pozorovatelnou největšími optickými teleskopy, tj. asi 2 miliardy světelných roků. Rozšíření platností těchto vztahů na celý vesmír není v žádném případě možné na základě principů klasické mechaniky, ale na základě obecného principu relativity, jak ukážeme v dalších odstavcích. Zatím - jako přechod od klasického k relativistickému způsobu nazírání - - poznamenejme, že v relativistické kosmologii má konstanta k v 1. Fridmanově rovnici poněkud jiný význam, nežli jsme jí dosud přisoudili. Případ k = 0 odpovídá prostoru euklidovskému, k = +1 prostoru sférickému (s kladnou křivostí) a k = -1 prostoru hyperbolickému (se zápornou křivostí).



## 4. Odvození Fridmanových rovnic na základě obecné teorie relativity

Při odvozování metriky prostoročasového kontinua se vychází především z tzv. kosmologického principu, podle něhož je vesmír v globálním měřítku homogenní a izotropní. Metrika homogenního a izotropního prostoročasu musí být proto invariantní vzhledem k libovolné transformaci prostorových souřadnic (pootočením nebo posunutím). Z toho vyplývá, že prostorová složka symetrického prostoročasového kontinua (tj. třírozměrný prostor) musí být sféricky symetrická. Metriku sféricky symetrického prostoru je možno zapsat ve tvaru

$$ds^2 = g(r)dr^2 + f(r)\left[d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta \, d\varphi^2\right] \qquad (31)$$

kde f(r) a g(r) jsou kladné funkce prostorové souřadnice r.

K vyjádření metriky prostoročasu budeme užívat speciální souřadnou soustavu, použitou již Einsteinem [1], jejíž jednotky jsou definovány tak, aby rychlost světla byla rovna jedničce. Obecně pak platí

$$d\tau^2 = -g_{\mu\nu}\, dx^\mu dx^\nu \equiv dt^2 - d\vec{x}^2 \quad (c = 1) \qquad (32)$$

Všechny členy v této rovnici mají rozměr délky. Invariant $d\tau$ však nazýváme "vlastním časem" pohybující se částice, $d\vec{x}$ značí element třírozměrného prostoru a dt element tzv. "standardního (etalónového) času". Plynutí standardního času je dáno změnou některých skalárů, universálních v celém vesmíru, především průměrné hustoty energie $\rho$.

Postupem, který zde nemůžeme reprodukovat, odvodil S. Weinberg [4], že metrika expandujícího, sféricky symetrického prostoročasu, vyhovujícího všem požadavkům invariantnosti má tvar:

$$d\tau^2 = dt^2 - R^2(t)\left\{ \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\vartheta^2 + r^2 \sin^2\vartheta \; d\varphi^2 \right\} \tag{33}$$

kde k může nabývat hodnot +1, 0, -1 a R(t) je nám již známý měřítkový faktor. r, $\vartheta$, $\varphi$ značí souřadnice vnořeného, sféricky symetrického prostoru. Vztah (33) je v kosmologii známý pod jménem Robertson-Walkerova metrika. Její metrický tenzor má tedy vzhledem k definici (32) složky:

$$g_{tt} = -1, \qquad g_{it} = 0, \qquad g_{kj} = R^2(t)\tilde{g}_{ij}(x) \tag{34}$$

kde t značí standartní kosmický čas, i a j probíhají hodnotami r, $\vartheta$, $\varphi$. $\tilde{g}_{ij}$ je metrika třírozměrného, maximálně symetrického podprostoru:

$$\tilde{g}_{rr} = (1-kr^2)^{-1}, \quad \tilde{g}_{\vartheta\vartheta} = r^2, \quad \tilde{g}_{\varphi\varphi} = r^2 \sin^2\vartheta$$

$$\tilde{g}_{ij} = 0 \text{ pro } i \neq j \tag{35}$$

Skalární křivost třírozměrného podprostoru má hodnotu

$$\tilde{K}(t) = kR^{-2}(t). \tag{36}$$

Nenulové složky afinní konexe metriky (33) jsou:

$$\left.\begin{aligned} \Gamma^t_{ij} &= R\dot{R}\tilde{g}_{ij} \\ \Gamma^i_{tj} &= \frac{\dot{R}}{R}\delta^i_j \\ \Gamma^i_{jk} &= \frac{1}{2}(\tilde{g}^{-1})^{il}\left(\frac{\partial \tilde{g}_{ij}}{\partial x^k} + \frac{\partial \tilde{g}_{lk}}{\partial x^j} - \frac{\partial \tilde{g}_{jk}}{\partial x^l}\right) \equiv \tilde{\Gamma}^i_{jk} \end{aligned}\right\} \tag{37}$$

Složky Ricciho tenzoru metriky $g_{\mu\nu}$ nabývají s ohledem na (37) hodnot:



$$\left.\begin{aligned} R_{tt} &= \frac{3\ddot{R}}{R} \\ R_{ti} &= 0 \\ R_{ij} &= \tilde{R}_{ij} - (R\ddot{R} + 2\dot{R}^2)\tilde{g}_{ij} \end{aligned}\right\} \tag{38}$$

$\tilde{R}_{ij}$ značí složky Ricciho tenzoru trojrozměrného prostoru, daného metrikou $\tilde{g}_{ij}$. Symetrické vlastnosti metriky $\tilde{g}_{ij}$ vedou však k maximálnímu zjednodušení úlohy, takže platí:

$$\tilde{R}_{ij} = -2k\tilde{g}_{ij} \tag{39}$$

Po dosazení za $\tilde{R}_{ij}$ do (38) obdržíme prostorové složky prostoro-časového Ricciho tenzoru

$$R_{ij} = -(R\ddot{R} + 2\dot{R}^2 + 2k)\tilde{g}_{ij} \tag{40}$$

Tenzor energie a hybnosti má při řešení kosmologického problému stejný tvar, jako pro případ ideální tekutiny; tedy:

$$T_{\mu\nu} = pg_{\mu\nu} + (p + \rho)U_\mu U_\nu \tag{41}$$

Skalární veličiny p(tlak) a $\rho$ (hustota) závisí pouze na čase a dále platí

$$U^t = 1, \qquad U^i = 0. \tag{42}$$

Chceme dosadit do Einsteinových rovnic gravitace

$$R_{\mu\nu} = -8\pi G S_{\mu\nu}, \tag{43}$$

kde

$$S_{\mu\nu} = T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T^\lambda_\lambda . \tag{44}$$

S ohledem na (41) nabývá vztah pro $S_{\mu\nu}$ tvaru

$$S_{\mu\nu} = \frac{1}{2}(\rho - p)g_{\mu\nu} + (p + \rho)U_\mu U_\nu \tag{45}$$

Odsud s ohledem na (34) a (42) obdržíme

$$\left.\begin{aligned} S_{tt} &= \frac{1}{2}(\rho + 3p) \\ S_{it} &= 0 \\ S_{ij} &= \frac{1}{2}(\rho - p)R^2\tilde{g}_{ij} \end{aligned}\right\} \quad (46)$$

Po dosazení do Einsteinovy rovnice (43) za $S_{\mu\nu}$ podle (46) a za $R_{\mu\nu}$ podle (38), (40) dají časové t-t složky rovnici

$$3\ddot{R} = -4\pi G(\rho + 3p)R, \quad (47)$$

kdežto čistě prostorové složky vedou k rovnici:

$$R\ddot{R} + 2\dot{R}^2 + 2k = 4\pi G(\rho - p)R^2. \quad (48)$$

Vyloučíme-li $\ddot{R}$ ze (47) a (48) obdržíme diferenciální rovnici prvního řádu pro R(t)

$$\dot{R}^2 = \frac{8\pi G\rho R^2}{3} - k, \quad (49)$$

která je totožná s Fridmanovou rovnicí (26). Platnost Fridmanovy rovnice není tedy omezená zákony klasické mechaniky, ale platí obecně v intencích OTR. Úniková rychlost galaxií ve Fridmanově kosmologickém modelu není tedy omezena podmínkou $v \ll c$, jak je tomu v klasické mechanice, naopak, jak ukážeme dále, nelze při expanzi vesmíru pokládat ani podmínku $v < c$ za omezující.

## 5. Kosmologický rudý posuv

Spektrálním posuvem rozumíme v astrofyzice poměr vlnových délek

$$z = \frac{\lambda_0 - \lambda_1}{\lambda_1} \quad (50)$$

kde $\lambda_1$ značí vlnovou délku záření emitovaného a $\lambda_0$ vlnovou délku záření pozorovaného. Je-li $\lambda_0 > \lambda_1$ bude zřejmě $z > 0$ a mluvíme o rudém posuvu, je-li $\lambda_0 < \lambda_1$ bude $z < 0$ jedná se o fialový posuv.



Fyzikální příčiny spektrálního posuvu lze rozdělit v podstatě do dvou kategorií:

1. Posuv gravitační, vyvolaný gravitačním polem světelného zdroje. Je-li poloměr pozorovaného kosmického tělesa R a jeho hmotnost M, má gravitační spektrální posuv hodnotu

$$z = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{R}{R_s}}} - 1 \quad (51)$$

kde

$$R_s = \frac{2GM}{c^2} \quad (52)$$

je tzv. Schwarzschildův poloměr. Gravitační posuv je vždy "rudý" (vždy se jedná o prodloužení vlnové délky).

2. Posuv Dopplerův, vyvolaný vzájemným pohybem zdroje a pozorovatele (vyskytuje se též v akustice). Je-li rychlost v vzájemného pohybu podstatně menší než rychlost světla ($v \ll c$), jedná s o "klasický Dopplerův posuv", který je dán jednoduchým vztahem

$$z = \frac{v}{c}. \quad (53)$$

Pro vyšší rychlosti v, srovnatelné s rychlostí světla, je třeba použít vztahů

$$z = \sqrt{\frac{c + v}{c - v}} - 1, \quad (54)$$

nebo

$$\frac{v}{c} = \frac{z^2 + 2z}{z^2 + 2z + 2} \quad (55)$$

které byly odvozeny na základě speciální teorie relativity a definují tedy tzv. "relativistický Dopplerův posuv". Jak patrno, zatím co hodnotě z = 1 odpovídá podle (53) v = c, z přesnějšího vztahu (55) dostáváme $v \doteq 0{,}6c$, hodnotě z = 2 přísluší podle (55) rychlost $v \doteq 0{,}8c$. Případu v = c odpovídá podle (54) (55) $z = \infty$ .

Dopplerův pousv může být kladný nebo záporný (rudý nebo fialový), podle toho, jedná-li se o kladnou nebo zápornou radiální rychlost.

Zvláštním případem spektrálního posuvu je rudý posuv ve spektrech galaxií, vyvolaný expanzí vesmíru. Tento spektrální posuv se sice v prvním přiblížení jeví jako totožný s posuvem Dopplerovým, podobnost je však pouze zdánlivá. Ve skutečnosti se jedná o kvalitativně jiný fyzikální jev, vyvolaný expanzí prostoru, proto moderní kosmologie [3] nazývá tento jev jako "expansní" nebo "kosmologický" rudý posuv.

Pohyb galaxií dělíme z kosmografického hlediska na tzv. pohyb "kosmologický" a pohyb "vlastní". Kosmologickému pohybu odpovídá vzájemný pohyb fixovaných bodů na povrchu nafukovaného balónu. Vlastní pohyb galaxie lze přirovnat k pohybu mouchy, lezoucí po povrchu tohoto balónu. Pro další úvahy zavedeme pojem tzv. "typické galaxie", tj. galaxie, která nemá vlastní pohyb (má pouze pohyb kosmologický).

Abychom vystihli kvantitativní závislost kosmologického rudého posuvu na expanzi vesmíru, budeme sledovat postup světelné vlny z typické galaxie směrem k pozorovateli, který je umístěn v počátku prostorových souřadnic a v čase $t_o$. [4] Čistě radiálnímu pohybu světelné vlny odpovídá vlastní čas, definovaný Robertson-Walkerovou metrikou (33), položíme-li $\vartheta$ a $\varphi$ rovno konstantě (tj. $d\vartheta = 0$, $d\varphi = 0$). Světelná vlna se pak pohybuje pouze ve směru - r. Protože plynutí času se při rychlosti světla zastavuje, je vlastní čas světelné vlny nulový a lze tedy psát:

$$d\tau^2 = dt^2 - R^2(t)\,\frac{dr^2}{1 - kr^2} = 0. \qquad (56)$$

Opustí-li světelná vlna typickou galaxii o souřadnicích $r_1$, $\vartheta_1$, $\varphi_1$ v čase $t_1$, dospěje k pozemskému pozorovateli v čase $t_o$, který je dán rovnicí

$$\int_{t_1}^{t_o} \frac{dt}{R(t)} = f(r_1), \qquad (57)$$



kde

$$f(r_1) = \int_0^{r_1} \frac{dr}{\sqrt{1-kr^2}} = \begin{cases} \arcsin r_1 & \text{pro } k = +1 \\ r_1 & \text{"} \quad k = 0 \\ \operatorname{argsin h}\, r_1 & \text{"} \quad k = -1 \end{cases} \qquad (58)$$

Typické galaxie mají konstantní souřadnice $r_1$, $\vartheta_1$, $\varphi_1$ a proto $f(r_1)$ nezávisí na čase. Opustí-li tedy následující vrchol světelné vlny galaxii v poloze $r_1$ v čase $t_1 + \delta t_1$, dospěje k nám v čase $t_o + \delta t_o$, který je dán stejným vztahem jako (57); tedy

$$\int_{t_1+\delta t_1}^{t_o+\delta t_o} \frac{dt}{R(t)} = f(r_1) \qquad (59)$$

Vzhledem k tomu, že lze oprávněně předpokládat, že za dobu $\delta t_1$, která obnáší řádově $10^{-14}$s se měřítkový faktor vesmíru R(t) prakticky nezmění, lze integrál (59) vyjádřit ve tvaru:

$$\int_{t_1+\delta t_1}^{t_o+\delta t_o} \frac{dt}{R(t)} = \frac{\delta t_o}{R(t_o)} + \int_{t_1}^{t_o} \frac{dt}{R(t)} - \frac{\delta t_1}{R(t_1)} \qquad (60)$$

Odsud s ohledem na rovnost výrazů (57) a (59) vyplývá vztah

$$\frac{\delta t_o}{R(t_o)} = \frac{\delta t_1}{R(t_1)} \qquad (61)$$

Takže frekvence pozorovaného záření $\nu_o$ je svázána s frekvencí emitovaného záření $\nu_1$ vztahem

$$\frac{\nu_o}{\nu_1} = \frac{\delta t_1}{\delta t_o} = \frac{R(t_1)}{R(t_o)} \qquad (62)$$

S ohledem na definici spektrálního posuvu (50) a dále proto, že platí

$$\frac{\lambda_o}{\lambda_1} = \frac{\nu_1}{\nu_o} , \qquad (63)$$

můžeme z (62) vyjádřit vztah pro expansní rudý posuv ve tvaru

$$\boxed{z = \frac{R(t_o)}{R(t_1)} - 1} \qquad (64)$$

Expansní (kosmologický) rudý posuv závisí tedy pouze na poměru měřítek vesmíru v okamžicích emise a přijetí světelného signálu. (Populárně řečeno: tím, že se vesmír roztáhl, světelné vlny se prodloužily).

Rozdíl mezi "obyčejným" Dopplerovým a expansním rudým posuvem názorně objasňuje Harrison [3] následujícím myšlenkovým pokusem (viz obr. 8a, 8b).

Sledujeme nejprve jednotlivé etapy pokusu v levém sloupci (obr. 8a):

1) Tělesa X, Y jsou vzájemně v klidu ve vzdálenosti $s_1$. Za tohoto stavu je v čase $t_1$ vyslán z tělesa X světelný signál.

2) Zatímco se světelný signál pohybuje prostorem, tělesa X a Y se od sebe vzdálí až na míru $s_2$.

3) V čase $t_2$ jsou tělesa opět vzájemně v klidu ve vzdálenosti $s_2$. Teprve teď dospěje světelný signál do bodu Y. Pozorovatel v bodě Y neregistruje <u>žádný Dopplerův posuv</u>.

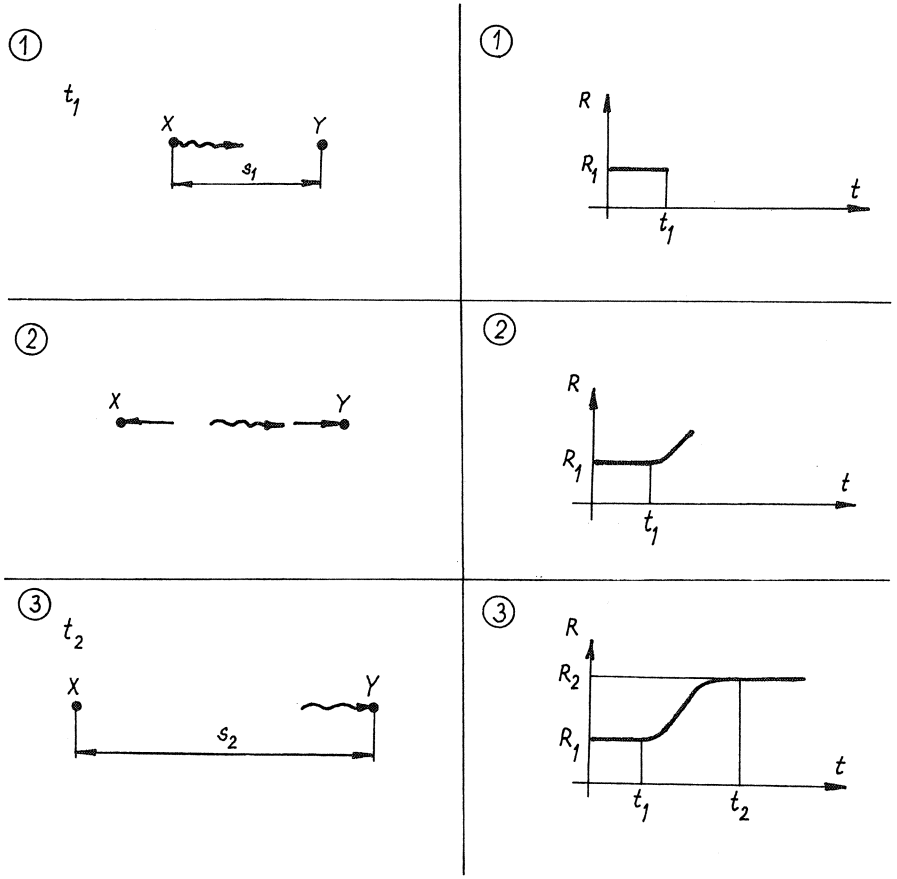
Opakujme pokus při fyzikálních podmínkách podle obr. 8b (pravý sloupec).

1) Poloha těles X, Y je stejná, jako na začátku prvého pokusu. V čase $t_1$, kdy je vyslán z tělesa X světelný signál, přísluší prostoru měřítko $R_1$.

2) Zatímco světelný signál letí, začne prostor expandovat až na hodnotu měřítkového faktoru $R_2$.

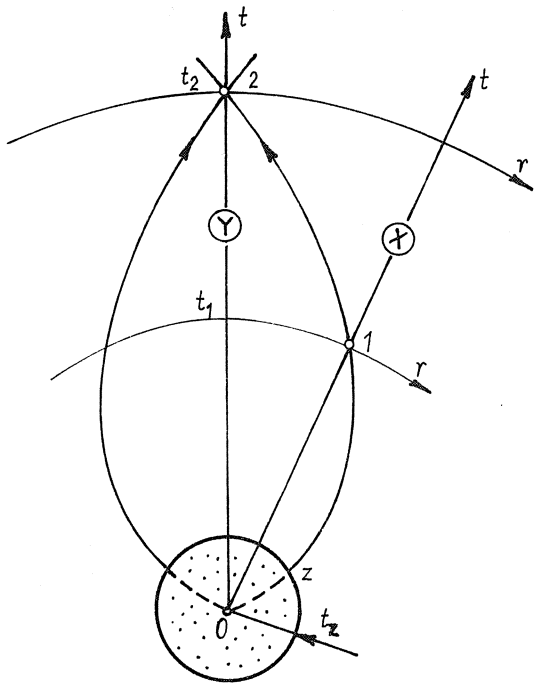


3) Expanze prostoru se zastavila na měřítku $R_2$. V čase $t_2$ dospěje do bodu Y světelný signál. Pozorovatel v bodě Y registruje <u>expansní rudý posuv</u>.




Obr. 8 a Obr. 8 b

Z toho je patrné, že expansní rudý posuv nezávisí na okamžité vzájemné rychlosti kosmologických objektů, ale na expanzi vesmíru během cesty světelného paprsku. Naše situace, jakožto pozorovatelů ve vesmíru, je znázorněna v diagramu na obr. 9.




Obr. 9

Naše stanoviště je reprezentováno světočárou Y. Ostatní galaxie opisují při izotropní expanzi vesmíru světočáry, jimž odpovídají polopaprsky, jdoucí společným bodem O, který representuje Velký třesk.

Jestliže např. galaxie X vyšle světelný paprsek v čase $t_1$, dospěje k nám tento paprsek v čase $t_2$ (ve světobodu 2). Jak patrno, hledíme sice do prostoru, ale zpět v čase. Všechny světelné signály (v měřítkách "megakosmu") k nám přicházejí zkreslené rudým posuvem, který roste se vzdáleností pozorovaného objektu. Kdybychom (teoreticky) mohli dohlédnout nazpět v čase až k okamžiku Velkého třesku, odpovídal by tomu rudý posuv $z = \infty$ . Ve skutečnosti však nejzazší mez, od



které se k nám mohou šířit elmag. vlny představuje bod Z na průsečíku světelného kužele s povrchem "prvotní ohnivé koule" o poloměru $t_z$. Poloměr $t_z$ představuje na časové stupnici okamžik, kdy se stal vesmír průhledným pro záření - čili představuje hranici mezi érou záření a érou látky. A právě z této epochy pochází již zmíněné reliktové záření. Reliktové záření je tedy nejstarší elmag. signál, který můžeme registrovat. Odpovídá mu rudý posuv z $\approx$ 1000, neboť dálkové měřítko vesmíru se od té doby zvětšilo přibližně 1000x a teplota reliktového záření rovněž 1000x klesla. (V době emise reliktového záření měl vesmír teplotu cca 3000°K, dnes cca 3°K).

Kdybychom chtěli přímým pozorováním získat zprávy z ranněji epochy vesmíru, nezbylo by nám nic jiného, než místo elmag. záření zvolit jiný přenos informace - např. neutrinové záření. Vzhledem k nesmírně obtížné detekci neutrin je však zatím tato cesta neproveditelná.

Z předchozí úvahy vyplývá tento důležitý poznatek: galaxie X a Y na obr. 9 (typické galaxie) jsou vzhledem k prostoru relativně v klidu - nemají vlastní pohyb. Jejich vzájemné vzdalování je vyvoláno pouze expansí prostoru - jsou prostorem unášeny. Avšak expanze vesmíru není podřízena zákonům speciální teorie relativity, a proto moderní kosmologie připouští možnost existence galaxií "za horizontem", jejichž úniková rychlost je větší než rychlost světla. Optická registrace takových objektů je ovšem a priori vyloučena a takové objekty nebudí též žádné gravitační pole.

## 6. Stáří vesmíru

Až dosud jsme expanzi vesmíru popisovali kvantitativně Hubbleovým zákonem

$$v = H.r.$$

Avšak přemýšlivý čtenář jistě již z dynamických úvah, které jsme prováděli při odvozování Fridmanovy rovnice, vytušil, že Hubbleův zákon je z globálního hlediska megakosmu pouze prvním a nejhrubším přiblížením ke skutečnosti. Expan-

ze "kosmické koule", diskutovaná v odst. 3 naznačuje, že galaxie se budou od sebe vzdalovat pohybem rovnoměrně zpožděným, takže v závislosti R = R(t) se bude vyskytovat vedle lineárního též kvadratický člen. Obecně lze tedy psát:

$$R(t) = R(t_o) + \dot{R}(t_o)\,(t - t_o) + \frac{1}{2}\,\ddot{R}(t_o)\,(t - t_o)^2 \tag{65}$$

Abychom uvedli tuto rovnici do shody s astronomickými konstantami, pišme:

$$\dot{R}(t_o) = H_o R(t_o) \quad \Longrightarrow \quad H_o = \frac{\dot{R}(t_o)}{R(t_o)} \tag{66}$$

$$\ddot{R}(t_o) = -q_o H_o^2 \quad \Longrightarrow \quad q_o = -\frac{\ddot{R}(t_o)}{H_o^2} = -\ddot{R}(t_o)\,\frac{R(t_o)}{\dot{R}^2(t_o)} \tag{67}$$

kde $H_o$ je hodnota Hubblovy konstanty (v čase $t_o$) a $q_o$ tzv. retardační (decelerační) faktor. $t_o$ značí okamžitý (přítomný) standartní kosmický čas. Vztah (65) tak nabývá tvaru:

$$R(t) = R(t_o)\left[1 + H_o(t - t_o) - \frac{1}{2}\,q_o H_o^2\,(t - t_o)^2\right] \tag{68}$$

Je třeba ovšem upozornit, že retardační faktor $q_o$ lze dosud ztěží stanovit s úspěchem empiricky (tj. na základě přímých pozorování). Již v určení Hubbleovy konstanty $H_o$ je značný rozptyl; s ještě většími obtížemi se setkáváme při měření pohybu nejvzdálenějších galaxií, které jsou ovšem opticky nejslabší. Lze však stanovit alespoň přibližnou hodnotu retardačního faktoru s pomocí rovnic (47), (48). Eliminujeme-li z těchto rovnic $\rho$ (hustotu hmoty) a $p$ (tlak záření), obdržíme čistě algebraickou cestou vztahy

$$\rho = \frac{3}{8\pi G}\left(\frac{k}{R^2} + H^2\right) \tag{69}$$



$$p = -\frac{1}{8\pi G}\left[\frac{k}{R^2} + H^2\,(1 - 2q)\right] \tag{70}$$

(V čase $t = t_o$ přísluší ovšem proměnným veličinám v (69), (70) index 0). Vztahy (69), (70) jsou z fyzikálního hlediska velmi významné. Tak především, položíme-li v (69) k = 0, tj. Euklidovský prostor, dostáváme odsud známý vztah pro tzv. <u>kritickou hustotu kosmu</u>

$$\rho_k = \frac{3H_o^2}{8\pi G} \tag{71}$$

Je-li skutečné $\rho_o > \rho_k$ je vesmír uzavřený (sférický), je-li $\rho_o = \rho_k$ je vesmír otevřený a Euklidovský, je-li $\rho_o < \rho_k$ je vesmír otevřený, hyperbolický.

Další velmi důležitý poznatek můžeme vytěžit z rovnice (70), uvědomíme-li si, že v současné epoše života vesmíru, tj. v <u>éře látky</u> je tlak záření zanedbatelně malý ve srovnání s hustotou látky, tj.

$$p_o \ll \rho_o \tag{72}$$

Položíme-li v důsledku (72) pravou stranu (70) rovnu nule, vyplývá odtud závislost

$$\frac{k}{R_o^2} = (2q_o - 1)\,H_o^2\,. \tag{73}$$

Pro k = 0 (Euklidovský vesmír) tedy dostáváme

$$H_o^2\,(2q_o - 1) = 0 \quad \Longrightarrow \quad q_o = \frac{1}{2} \tag{74}$$

Pro $q_o > \frac{1}{2}$ bude mít vesmír kladnou křivost, pro $q_o < \frac{1}{2}$ bude mít křivost zápornou. Protože, jak je známo, neliší se zřejmě hustota vesmíru výrazně od hustoty kritické, nebude

se hodnota retardačního faktoru příliš lišit od hodnoty $\frac{1}{2}$.

Získané výsledky nám umožňují stanovit <u>dobu expanze vesmíru</u> integrací Fridmanovy rovnice (26). Pišme ji ve tvaru:

$$\dot{R}^2 + k = \frac{8\pi G}{3}\rho R^2 \qquad (75)$$

Protože v éře látky je hustota vesmíru nepřímo úměrná objemu, lze psát

$$\rho_0 R_0^3 = \rho R^3$$

a tedy

$$\rho = \rho_0 \frac{R_0^3}{R^3} \qquad (76)$$

Po dosazení (76) do (75) a vydělení celé rovnice hodnotou $R_0^2$ obdržíme vztah

$$\frac{\dot{R}^2}{R_0^2} + \frac{k}{R_0^2} = \frac{8\pi G\rho_0}{3} \cdot \frac{R_0}{R} \qquad (77)$$

kam dosadíme ze $k/R_0^2$ podle (73). Ze vztahů (69) a (73) vyplývá dále závislost

$$\frac{8\pi G\rho_0}{3} = 2q_0H_0^2 \qquad (78)$$

Rovnice (77) nabývá pak tvaru:

$$\left(\frac{\dot{R}}{R_0}\right)^2 = (1 - 2q_0)\,H_0^2 + 2q_0H_0^2\,\frac{R_0}{R} \qquad (79)$$

Odtud po úpravě dostáváme diferenciální rovnici

$$\frac{\dot{R}}{R_0} = H_0\left(1 - 2q_0 + 2q_0\,\frac{R_0}{R}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad (80)$$

Označíme

$$\frac{R}{R_0} = x, \quad \frac{\dot{R}}{R_0} = \dot{x} = \frac{dx}{dt}, \qquad (81)$$



a provedeme separaci proměnných

$$dt = \frac{1}{H_0}\left(1 - 2q_0 + \frac{2q}{x}\right)^{-\frac{1}{2}} dx \qquad (82)$$

Čas potřebný k expanzi vesmíru z velmi malých rozměrů $R \ll R_0$ až do současného stavu získáme integrací, při níž se čas mění v mezích od 0 do $t_0$ a x v mezích od 0 do 1; tedy

$$t_0 = \frac{1}{H_0}\int_0^1 \left(1 - 2q_0 + \frac{2q_0}{x}\right)^{-\frac{1}{2}} dx \qquad (83)$$

Pro Euklidovský Fridmanův vesmír (tj. Einstein- de Sitterův kosmologický model) je podle (74) $q_0 = 1/2$. Z rovnice (83) pak vyplývá:

$$t_0 = \frac{1}{H_0}\int_0^1 \left(1 - 1 + \frac{1}{x}\right)^{-\frac{1}{2}} dx = \frac{1}{H_0}\int_0^1 x^{\frac{1}{2}}\,dx = \frac{2}{3H_0}\,x^{\frac{2}{3}}\Big|_0^1 =$$

$$= \frac{2}{3H_0} = \frac{2}{3}\,T_0\,, \qquad (84)$$

kde

$$T_0 = \frac{1}{H_0}\,, \qquad (85)$$

je nám již známá charakteristická doba expanze, která se též nazývá "Hubbleův čas". Pro euklidovský vesmír (s hustotou rovnou právě hustotě kritické) tedy platí důležitá závislost.

$$\boxed{t_0 = \frac{2}{3}\,T_0\,, \quad T_0 = \frac{3}{2}\,t_0} \qquad (86)$$

Tj. stáří vesmíru je rovno 2/3 charakteristické doby expanze.

Naznačíme zde ještě stručně výpočet stáří Fridmanova uzavřeného vesmíru, tj. pro $\rho > \rho_k$, $k = +1$, $q_0 > \frac{1}{2}$. V tomto případě je vhodné zavést substituci

$$1 - \cos\theta = \left(\frac{2q_o - 1}{q_o}\right)\frac{R}{R_o} \qquad (87)$$

Potom z (83) obdržíme vztah

$$H_o t = q_o\,(2q_o - 1)^{-3/2}\,(\theta - \sin\theta) \qquad (88)$$

který geometricky značí rovnici cykloidy v závislosti na parametru $\theta$. R(t) roste z počátečního stavu $\theta = 0$ pro $t = 0$ a nabývá maximální hodnoty pro

$$\theta_{max} = \pi \quad , \quad t_{max} = \frac{\pi q_o}{H_o\,(2q_o - 1)^{3/2}} \; , \quad R(t_{max}) = \frac{2q_o R_o}{2q_o - 1} \qquad (89)$$

Pak se R(t) znovu zmenšuje až při $\theta = 2\pi$ tj. $t = 2t_{max}$ bude $R(2t_{max}) = 0$.

Současný stav vesmíru $R(t) = R_o$ určuje parametr $\theta_o$ podle vztahu

$$\cos\theta_o = \frac{1}{q_o} - 1 \; . \qquad (90)$$

Věk uzavřeného (sférického) Fridmanova vesmíru označíme (kvůli odlišení od věku $t_o$ euklidovského vesmíru) jako $t_o^{(s)}$. Tuto veličinu obdržíme z (88) dosazením za $\theta_o$ podle (90); tedy:

$$t_o^{(s)} = \frac{1}{H_o}\,q_o\,(2q_o - 1)^{-3/2}\left[\arccos\left(\frac{1}{q_o} - 1\right) - \frac{1}{q_o}\left(2q_o - 1\right)^{\frac{1}{2}}\right] \qquad (91)$$

Položíme-li např. retardační faktor $q_o = 1$, vyplývá z toho podle (90) $\theta_o = \frac{\pi}{2}$ a $t_o^{(s)}$ nabývá podle (91) hodnoty

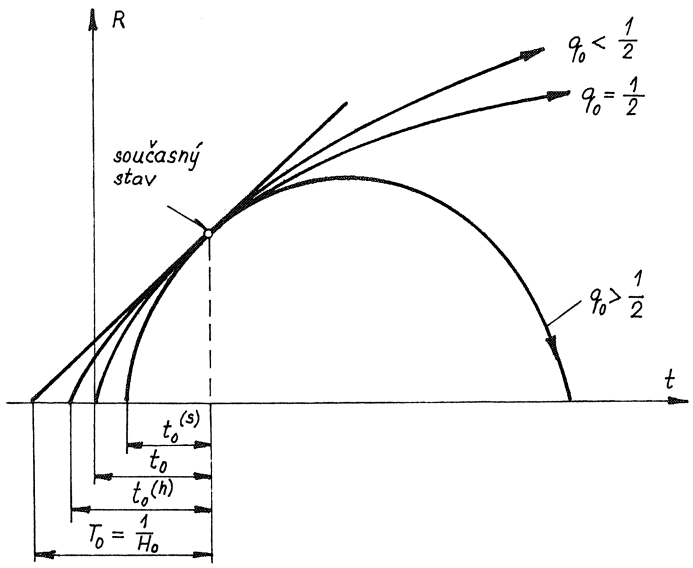
$$t_o^{(s)} = \frac{1}{H_o}\left(\frac{\pi}{2} - 1\right) = T_o\left(\frac{\pi}{2} - 1\right) \qquad (92)$$



Obecně platí, že $t_o^{(s)} < t_o < T_o$. Výpočtem, který zde již nebudeme provádět, bychom zjistili, že věk otevřeného (hyperbolického) Fridmanova vesmíru $t_o^{(h)}$ leží v intervalu

$$t_o < t_o^{(h)} < T_o$$

Průběh expanze vesmíru pro různé hodnoty retardačního faktoru je znázorněn na obr. 10. Odtud je též dobře patrný fyzikální význam Hubbleova času (charakteristické doby expanze) $T_o$, který je geometricky určen průsečíkem tečny ke křivce expanze s časovou osou.




Obr. 10

Od obecných úvah přejděme ke konkrétním numerickým hodnotám. Klademe-li Hubbleovu konstantu podle Sandage rovnu

$$H \doteq 50 \text{ km/ (s. Mpc)},$$

obdržíme charakteristickou dobu expanze

$$T_o = \frac{1}{H_o} \doteq 19{,}6 \cdot 10^9 \text{ roků.}$$

Stáří euklidovského Fridmanova vesmíru ($\rho = \rho_k$, $q_o = \frac{1}{2}$) pak obnáší

$$t_o = \frac{2}{3} T_o \doteq 13 \cdot 10^9 \text{ roků.}$$

Položíme-li $q_o = 1$, ($\rho > \rho_k$) obdržíme uzavřený (sférický) Fridmanův vesmír, jehož stáří podle (92) bude:

$$t_o^{(s)} \doteq 11{,}2 \cdot 10^9 \text{ roků.}$$

Kdybychom předpokládali, že veškerá hmota vesmíru je soustředěna pouze v galaxiích (a mezigalaktický prostor je úplně prázdný), byla by průměrná hustota kosmu pouze

$$\rho_o = 0{,}028\, \rho_k, \qquad (93)$$

kde $\rho_k$ je dáno vztahem (71). Této hustotě by příslušela podle [4] hodnota retardačního faktoru $q_o = 0{,}014$ a věk vesmíru (hyperbolický model)

$$t_o^{(h)} = 0{,}96\, T_o \doteq 18{,}8 \cdot 10^9 \text{ roků}$$

Nakonec ještě připomeňme, že výpočet stáří vesmíru, kterým jsme se v tomto odstavci zabývali, určuje vlastně jen dobu trvání éry látky, kdy hustota vesmíru je nepřímo úměrná $R^3$. V předchozí vývojové epoše vesmíru - tzv. éře záření - je hustota kosmu nepřímo úměrná $R^4$ a pro časovou závislost expanze platí tedy jiné funkce. Avšak, jak ukazuje podrobnější rozbor [3,4], je délka éry záření pouze asi $5 \cdot 10^5$ roků, tedy o více než o čtyři řády kratší než éra látky, a proto na celkovou dobu trvání vesmíru nemá délka éry záření žádný podstatný vliv.



## Závěr

Hodnoty stáří vesmíru, k nimž jsme dospěli, jsou ovšem zatíženy stále ještě značnou pravděpodobnou chybou, která pramení z nepřesností při měření Hubbleovy konstanty. Odtud by snad čtenář mohl dojít k závěru, že naše znalosti o minulosti vesmíru jsou dosud velmi chudé. Naštěstí situace je v tomto směru mnohem optimističtější. Ačkoliv současná kosmologie může určit stáří vesmíru jen přibližně, přesto s překvapující jistotou lze vydedukovat přesnou dobu a posloupnost procesů, které probíhaly ve vesmíru během několika prvních minut po Velkém třesku. Naše úvahy, ve kterých jsme se omezili pouze na éru látky, představují první krok na cestě k poznání historie vesmíru.

Klíčem k poznání fyzikální struktury kosmu je dnes studium tzv. "raného vesmíru" - tj. období prvních tří minut po Velkém třesku, podrobně popsané ve stejnojmenné knize S. Weinberga [8], kterou doporučuji k pozornosti všem čtenářům. Další etapou, kterou se moderní kosmologie zabývá, je tzv. "velmi raný vesmír" - tj. období v intervalu cca $10^{-5}$ až $10^{-43}$s po Velkém třesku. K popisu fyzikálních procesů v těchto etapách však již nestačí vycházet pouze ze zákonů mechaniky, ale především nukleární fyziky, která je dnes s kosmologií kauzálně vázána.

Podle možností redakce a zájmu čtenářů se vrátíme k této problematice v některém z příštích čísel Bulletinu.

## Literatura

[1] Einstein A: Die Grundlagen der allgemeinen Relativitätstheorie (Sbornik statěj: Albert Einstein i těorija gravitaciji, Mir Moskva 1979, str.146)

[2] Fridman A.A.: O vozmožnosti mira s postojannoj otricatělnoj kriviznoj prostranstva (Sbornik statěj: Albert Einstein i těorija gravitacii, Mir Moskva 1979, str. 330)

[3] Harrison E.R.: Cosmology, the Science of the Universe. Cambridge University Press, 1981.

[4] Weinberg S.: Gravitation and Cosmology. Ruský překlad, Mír Moskva 1975.
[5] Horák Z., Krupka F.: Fyzika, SNTL Praha 1981.
[6] Kučera J., Horák Z.: Tenzory v elektrotechnice a ve fyzice. Academia Praha 1963.
[7] Grygar J., Horský Z., Mayer P.: Vesmír. MF Praha 1983.
[8] Weinberg S.: První tři minuty. MF Praha 1983.
[9] Novikov J.D.: Evolucija všelennoj. Nauka Moskva 1979.
[10] Mc Wittie G.C.: General Relativity and Cosmology. Ruský překlad, Izd. inostr. lit. Moskva 1961.
[11] Tolman R.C.: Relativity, Thermodynamics and Cosmology. Ruský překlad, Nauka Moskva 1974.
[12] Mc Robert A.: Beyond the Big Bang (Sky & Telescope, March 1983.
[13] Tryon E.P.: What made the World? (New Scientist 8, March 1984.
[14] Ulrych E.: Expanze vesmíru a Machův princip. (Bulletin Čs. společnosti pro mechaniku, 1984, č.3).
[15] Ulrych E.: Machův princip v mechanice a jeho kosmologické důsledky. (Bulletin Čs. společnosti pro mechaniku, 1981, č. 3).



## GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ

(1646 - 1716)

Gottfried Wilhelm Leibniz

V domě s bohatým renesančním štítem na nároží dvou hannoverských ulic - restaurovaný dům dnes patří vysokým školám - naposledy vydechl 14. listopadu 1716 Leibniz. Kdo byl tento právník, filozof, jazykovědec, fyzik, matematik - a ve výčtu bychom mohli pokračovat - vzdělaný ve společenských vědách a zároveň spoluzakladatel vznikajících věd přírodních, vědec v pravém, tvůrčím, univerzálním smyslu, jenž svým vlivem přesáhl sama sebe o staletí?

Často bývá nazýván posledním polyhistorem. A i když takové označení je snad nadnesené, u Leibnize má jisté oprávnění.

Leibniz se narodil v rodině lipského univerzitního profesora do doby hlubokého poválečného úpadku své země. Jeho předkové se zabývali řemesly a obchodem nebo byli úředníky, všichni výrazně prakticky založeni. To snad lze považovat za jeden z kořenů Leibnizova neklidného života či smyslu pro užitečnost a praktickou aplikaci nových poznatků, který po celý život uplatňoval.

Jeho nadání se projevilo velmi brzy. Jako osmiletý se prokousal Liviovými latinskými dějinami; musel začít od textů pod obrázky. Poté získal přístup k bohaté otcově knihovně, kde se začetl do dalších autorů, Cicera, Seneky, Plinia, později Hérodota, Platóna a dalších. Zpočátku nerozuměl ničemu, pak jen málo, nakonec ale získal to důležité. Odtud pramení síla jasného, jednoduchého a přesného stylu, který obdivujeme na jeho filozofických dílech. Naučil se ekonomice vědecké práce, kterou rád a často zdůrazňoval. V každém odvětví vědy hledal věci nové a důležité; jakmile vnikl do základních pojmů, kladl si originální a co nejobecnější otázky; nezatěžoval se vědeckou veteší.

V necelých patnácti létech se zapsal na lipskou univerzitu a po dvou létech získává hodnost bakaláře. Odjíždí do Jeny, kde ho filozof a matematik Weigel zasvěcuje do kouzelného světa čísel a seznamuje ho s dílem pythagorejské školy. Leibniz objevuje harmonii vesmíru, na níž později staví svoji filozofii. Reformace omezila víru ve zjevení na slovo bible, a tak napomohla rozvoji hluboké víry v rozum, ratio; fyzikální svět Galileiho a Keplerův se staly základem matematicky uspořádaného, harmonického vztahu mezi jednotlivostmi. Tato "monadologická struktura" reality později dochází v leibnizovské filozofii dokonalosti. Leibnizovo myšlení sjednocuje aristotelovský, pythagorejský a moderní přírodovědný přístup způsobem, který představuje špičku evropských duchovních dějin. Ještě před dosažením osmnácti let Leibniz brilantně obhajuje rigorózní práci z mezní oblasti filozofie a práva. Velice jasně se vy-



rovnává s abstraktními pojmy z oblasti hmoty, prostoru a času. O dva roky později se habilituje na filozofické fakultě spisem "De arte combinatoria" (O umění kombinatoriky) z oboru matematiky, jímž se jeho jméno stalo známým za hranicemi Lipska.

V právnictví - oboru, který ho měl živit - měl méně štěstí. Jeho zájem i zde platil spíše základům vědy. Kromě úspěšné práce "De conditionibus" (O smlouvách) sem patří také "De casibus perplexis" (O zmatených případech), která měla být podkladem k disertaci. K promoci na doktora práv však nedošlo; získání titulu totiž zakládalo nárok na místo a Leibniz byl příliš mladý.

Odešel na norimberskou univerzitu, po promoci v roce 1667 mu byla nabídnuta profesura. Leibniz odmítl; z hlediska tehdejších univerzitních poměrů to je rozhodnutí pochopitelné. Profesor Leibniz by se byl sotva stal velkým filozofem a přírodovědcem. V Norimberku měl také možnost práce v laboratoři, kde si osvojil základy vznikající chemie. Té vždy přikládal důležitý význam.

Dalším místem Leibnizova působení se stala Mohuč, kam byl pozván mohučským kurfiřtem. Jemu věnoval právnický spis, v jehož závěru v 31 bodech vypočítává nedostatky a nedokonalosti právnické vědy. Kurfiřt jmenoval čtyřiadvacetiletého Leibnize radou mohučského odvolacího soudu, jednoho z nejvyšších soudů v Německu. To bylo velké uznání.

Silný vliv na Leibnize měl jeho přítel, mohučský ministr von Boineburg, velice výrazná a zároveň sporná politická osobnost tehdejší doby. Snahou mohučské politiky bylo zachovat těžce získané podmínky vestfálského míru; oba viděli jedinou cestu v pokojném soužití se západními sousedy a ve shodě s Francií Ludvíka XIV. V roce 1670 na toto téma napsal Leibniz spis "Bedencken, welcher Gestalt Securitas publica interna et externa im Reich auf festen Fuss zu stellen" (Úvahy, jak upevnit vnitřní i vnější bezpečnost říše). Jeho první díl vznikl podle Boineburgových pokynů během tří dnů jako poslední, zoufalé varování před vpádem francouzských vojsk do Porýní. Druhý díl je zasvěceným rozborem ludvíkovské politiky, zaměřené na francouz-

skou hegemonii v Evropě. Leibniz poutavě líčí politickou a hospodářskou bezmoc evropských zemí - "Německo drží pohromadě na stéblu slámy, Itálie je již roztržená" - v protikladu k politicky jednotné, hospodářsky a kulturně vzkvétající Francii. Do svých úvah zahrnuje i slavný "egyptský plán", který měl odvrátit Ludvíka od dobyvačných choutek v Evropě. Leibniz pracuje s pádnými a reálnými politickými argumenty: ovládnutím Středomoří a úpadkem východoindického obchodu po obsazení Egypta by francouzský král získal mocenskou převahu v Evropě bez boje.

Další dílo tohoto druhu byl agitační spis namířený do sporů o uprázdněný polský trůn. Leibniz použil metodu geometrických důkazů, aby doložil, že jediným rozumným kandidátem je neuburský falckrabě. Třebaže spis politicky neuspěl, vzbudil živou pozornost jako první uplatnění této metody na politický problém. Zároveň nemilosrdně ukázal, že geometrické zákony nejsou v politice k valnému užitku.

Práce na tomto poli přivedla Leibnize roku 1672 do Paříže. Od roku 1664 pracovala pařížská Akademie věd založená Richelieuem, Anglie měla svoji Královskou společnost od roku 1660. V Německu nic podobného neexistovalo. Kdo přišel z Německa, kde po třicetileté válce věda ztratila všechen lesk, tvrdě narazil na skepsi pařížských učenců. Nejinak se vedlo Leibnizovi; přitom sám konstatoval, že i v Paříži je "množství podvodníků a prázdných žvanilů". V dobrovolném ústraní konstruuje model prvního použitelného počítacího stroje, vrhá se do práce na všech stranách, seznamuje se s významnými vědci a filozofy, obdivuje se bohaté nabídce královské knihovny, vysoce oceňuje řemeslnou zručnost francouzských mechaniků. Poznává se s členy Britské královské společnosti a do okruhu Newtonových blízkých přátel zaměřuje své palčivé otázky po problémech vyšší matematiky, které mu nedávají pokoje. Na schůzi Královské společnosti předvádí princip svého počítacího stroje a získává takové uznání, že je několik měsíců poté jmenován jejím členem - první vysoké vědecké ocenění.



V Paříži samotné nemá takový úspěch. Jeho počítací stroj umí násobit, dělit, umocňovat i odmocňovat a je tedy dokonalejší než Pascalův. To uznávají i Pascalovi přátelé, Leibniz se dostává do okruhu pařížských učenců. Akademie mu však zůstává uzavřena; přijetí se Leibniz dočká až v roce 1700.

Před příchodem do Paříže měl Leibniz značné mezery v přírodních vědách, a to i z tehdejšího hlediska. Ukazuje to třeba jeho přístup k problému rázu těles, jehož první správné řešení podali Huygens a Wren. Leibnizovo stanovisko odhaluje neznalost mechaniky a fyziky, které po Galileovi prodělaly rychlý vývoj. Řešení problému chce odvodit myšlenkově jako problém těles, prostoru, času a pohybu a ne jednoduše ze zkušenosti. Byť však jsou jeho pohybové zákony chybné, pojmy tělesa, prostoru a času objasňuje precizněji než Newton, jeho současník a konkurent v budování infinitesimálního počtu. Leibniz a Newton se však nikdy osobně nesetkali. Leibnizovy londýnské rozhovory a jeho znalost některých Newtonových rukopisů zavdaly později podnět k nešťastnému, zahořklému sporu o prioritu, jehož vedení svěřil Newton svým zástupcům. Leibnizova koncepce předčila Newtonovu, dnes používané symboly d a $\int$ pocházejí od Leibnize.

Leibniz později sám v dopisech přiznával, jak nedostatečné byly jeho matematické a fyzikální znalosti. Že se musel ledačemu doučit, ukazuje událost z roku 1673, kdy mu Mariotte předložil problém kyvadla. Leibniz své řešení sdělil Mariottovi v dopise, který začíná takto: "Vážený pane! Myslím, že jsem nalezl řešení mechanického problému, který jste mi včera předložil. Je to krásný a dosti obtížný problém, který by vyžadoval dalšího zkoumání. Když jsem se včera vrátil domů, neodložil jsem pero, dokud jsem nedospěl ke konci." Dále se Leibniz podrobně rozepisuje o svém postupu. Jeho řešení je nesprávné; hlavní chybu udělal v tom, že různoběžné vektory odečetl jako skaláry. Několik let pařížského pobytu a kontakt s výkvětem tehdejší vědy však učinily Leibnize matematikem světového formátu.

Pod Huygensovým vedením se Leibnizovi podařil důkaz obecné platnosti Cardanových vzorců pro řešení kubické rovnice. Studium děl Pascalových ho přivedlo k "charakteristickému trojúhelníku" s křivočarou přeponou a k úlohám kvadratury. Součty nepatrných elementů a vytvoření nepatrných diferencí vedly k fundamentálním počátkům integrálního a diferenciálního počtu. Poprvé jsou definovány pojmy funkce a transcendentní křivky. Leibniz se zúčastňuje řešení krásného problému, který předznamenává objevení variačního počtu - úlohy o brachystochroně, kterou formuloval Johann Bernoulli.

Leibniz psal rychle, mnoho a nečitelně. V jeho archivu je ještě nadlouho co dělat s množstvím rukopisů a poznámek. Zpracovávat jeho pozůstalost je nevděčný úkol. Téměř nikdy si nedal práci, aby vyhledal, co už dříve napsal k tématu právě pojednávanému, a tak často myšlenky ve starší práci jsou preciznější než v pozdějším díle. Publikoval velmi málo, nepočítáme-li díla vzniklá na objednávku; to ho vystavilo obviněním z plagiátorství. Jediným větším uveřejněným jeho dílem je metafyzické pojednání "Théodicée" z roku 1710.

Paříž, která mu nenabídla žádné trvalé zabezpečení, opouštěl Leibniz nerad. Třikráte na něj naléhal hannoverský vévoda Johann Friedrich, než Leibniz přijal místo na jeho dvoře. Tam pak strávil celý svůj další život. Po smrti vévody, s nímž vycházel velmi přátelsky, se stal jeho novým pánem Ernst August, k němuž měl Leibniz vztah mnohem chladnější. Se třetím hannoverským panovníkem Georgem Ludwigem, pozdějším anglickým králem, si byli ještě vzdálenější.

Leibniz měl u dvora zvláštní postavení, i když ne tak vlivné, jak se někdy soudí. Navrhl řadu projektů. Jedním z nejvýznamnějších bylo použití větrné energie k čerpání vody pro doly v Harzu. Leibniz strávil na cestách do Harzu v průběhu šesti let přes 180 pracovních týdnů. Nakonec mu hannoverská sněmovna oznámila jménem nového vévody Ernsta Augusta, že projekt větrné energie zřejmě "nebude možné tak brzy realizovat ani využít". Nepodpořila jej ani hornická komora.



V té době vznikly jeho náčrty k integrálnímu a diferenciálnímu počtu a slavný příspěvek k otázce míry silového účinku. Descartes považoval za tuto míru hybnost a ve svých Principech filozofie uvedl zákon zachování hybnosti. Naproti tomu Leibniz za tuto míru považoval součin m.v ve statice, avšak hodnotu $m.v^2$ v kinetice. Tento rozpor rozdělil tehdejší učence do dvou táborů téměř na půl století, než jej difinitivně uzavřel Daniel Bernoulli. Ve skutečnosti se jedná o dva integrály - podle času a podle dráhy - Newtonova axiómu "síla = hmotnost . zrychlení".

Vědci přelomu 17. a 18. století tvořili přehlednou společnost a ve vzájemném zacházení nebyli nijak přecitlivělí. Boje o prvenství byly na denním pořádku. Leibniz by byl asi zmírnil spory s Newtonem, kdyby byl od svého pařížského pobytu tak nešetřil publikacemi. Rozvíjení "svého" infinite imálního počtu přenechal l´Hospitalovi a svárlivým bratřím Bernoulliovým, snad také pro svoji zaneprázdněnost v Hannoveru.

Se jménem Leibnizovým je spojen i jiný slavný spor. Není pochyby o tom, že se Leibniz zabýval hlubokými a originálními úvahami o extrémálních principech. Příčinou sporu se stal jeho dopis Jacobu Hermannovi v Basileji, v němž píše: " ... součin hmotnosti, dráhy a rychlosti nebo času a působící síly ... vždy dosahuje maxima nebo minima. Z toho lze odvodit velmi významné vztahy; mohly by posloužit k určení drah těles, přitahovaných k jednomu či více středům...". To je nejen přesnější formulace principu nejmenší akce, uveřejněného Maupertuisem okolo roku 1750, ale obsahuje také podstatný dodatek "maximum nebo minimum". Když tento dopis uveřejnil J.S. Koenig, neměl ani v nejmenším v úmyslu obvinit z plagiátorství Maupertuise, prezidenta Berlínské akademie věd a svého přítele, natož snižovat nebo upírat jeho vědecké zásluhy. Nicméně Maupertuis reagoval jako obviněný a smrtelně uražený: jako by mu Leibniz ještě z hrobu chtěl - tak jako Newtonovi - upřít jeho univerzální objev. Požadoval po Koenigovi originál dopisu, na

což Koenig odpověděl, že sám viděl jen kopii. Veškeré snahy Koeniga, Akademie, pruských vyslanectví i samotného Friedricha Velikého najít originál byly marné. Na naléhání svého mocného prezidenta, podporovaného Eulerem, pak Akademie Leibnizův dopis Hermannovi - za nepřítomnosti poloviny členů - "jednohlasně" prohlásila za padělek.

Neúspěch s větrnou energií ohrozil Leibnizovo postavení na hannoverském dvoře. Znovu je upevnil závazkem, že sepíše dějiny panovnického domu. Zároveň byl jeho plat změněn na doživotní penzi. Leibniz pracoval na tomto úkolu téměř třicet let, aniž se mu podařilo jej dokončit. Dílo je příspěvkem k základům moderní historické vědy, opírající se o studium původních pramenů. V roce 1711 byl hotov rukopis dějin z let 768 až 913. Práci přerušovaly pobyty mimo Hannover. Zatímco Leibnizova velká cesta do Itálie v létech 1687 až 1690, během níž se mu podařilo prokázat spříznění panovnických domů, byla dvorem přijata se souhlasem, jeho pozdější častá nepřítomnost byla sledována s podezřením. To vedlo nakonec k zadržování platu a k zákazu cest; Leibniz měl být přidržen k dokončení práce. Poslední dva roky života věnoval dílu téměř bez oddechu, dostal se však jen k létům 1002 až 1005. Zemřel osamělý a opuštěn.

Mahrenholtz Oskar: Leibniz und die Mechanik. Mitteilungen der Gesselschaft für angewandte Mathematik ud Mechanik, Heft 1, März 1986, str. 17-32 (upraveno a zkráceno)

Ing. Karel Loucký
Ústav termomechaniky ČSAV



## SYSTÉMOVÉ A JINÉ OBECNÉ ZÁKONY

C. A. Pork

Při řešení pracovních úkolů, v životě osobním i občanském se setkáváme s projevy nejrůznějších přírodních, ekonomických a dalších zákonitostí. Intenzivně využíváme zejména ty z nich, které jsou popsány pomocí matematických vyjadřovacích prostředků. Existují však i další všeobecně uznávané zákony formulované slovně. Vystihují zejména globální systémové vztahy a obecnou problematiku vědecké práce, zaznamenávají projevy "zlomyslnosti" přírody, berou si na mušku různé "podivnosti" v ekonomické sféře a samozřejmě komentují též některé typické lidské slabosti a nedokonalosti. I když jde o slovně formulované "zákony" či "pravidla" trpící nezbytnou významovou vágností a zpravidla schematizované formou aforismu či dokonce satirické průpovídky, o jejich racionálním jádru nás opakovaně přesvědčují naše každodenní zkušenosti. Autory některých z těchto zákonů jsou známé osobnosti vědy nebo kultury; většinou jsou však jejich původci neznámí řadoví pracovníci (pokud se zde některá jména objevují, jsou často jen symbolická), kteří se i na nepříjemné negativní jevy ve svém okolí dovedli podívat s laskavým a shovívavým humorem. Věříme proto, že i čtenáři Bulletinu si tyto zákony se zájmem přečtou a najdou v nich i pro sebe užitečné podněty k zamyšlení.

K.E. Boulding: Nejvyšší ctižádost systémového badatele - objevit zákony o zákonech. (W)

Zákon zachování zákonů (Meierův): Jestliže fakta odporují zákonu, zavrhni fakta nebo změň definice, ale nikdy nezavrhuj zákon. (W,Z)

Zákon o pravidlech a výjimkách: Každý obecný zákon musí mít alespoň dvě konkrétní aplikace. Každý obecný zákon je povinen mít alespoň dvě výjimky. (W)

Princip žádoucí nezávislosti: Zákony mají být nezávislé na konkrétní volbě symboliky, avšak obvykle závislé jsou. (W)

Zákon o dokonalém systému: Skutečné vlastnosti systému nemohou být zkoumány. (W)

Alternativní zákon zachování: Součet proměnných veličin v systému je konstantní. (W)

Aristoteles: Celek je více než jen souhrn dílčích částí. Dílčí část je více než jen zlomek celku. (W)

F.P.Ramsey: Každý velký systém musí obsahovat jistou pravidelnost. T. Motzkin: Úplný nepořádek je nemožný.(N)

Zymurgyho zákon vývoje dynamiky systémů: Když otevřete plechovku žížal, pak jediný způsob, jak je dostat zpět, je použít větší plechovku. (Z)

Murphyho zákon: Může-li se něco stát, pak se to také stane. (M,W)

Zobecněný zákon termodynamiky: Jevy, které pozorujeme častěji než jiné, jsou častější, protože a) jsou pro to jisté fyzikální důvody, b) jsou pro to jisté mentální důvody. (W)

Obecný zákon komplementarity: Každá dvě hlediska jsou komplementární. (W) Zvláštní případ: Opakem pravdy je jiná pravda. (A)

Axiom zkušenosti: Budoucí bude stejné jako minulé, protože v minulosti, budoucí bylo stejné jako minulé. Alternativní formulace: Dvě věci jsou stejné, jestliže jedna z nich v přítomnosti může být nahražena jednou v minulosti. (W)

Principy invariantnosti: 1. Ve vztahu k dané vlastnosti existují transformace, které ji zachovávají a jiné transformace, které ji nezachovávají. 2. Ve vztahu k dané transformaci existují vlastnosti, které se zachovávají a jiné vlastnosti, které se nezachovávají. 3. Změnu pochopíme pozorováním toho, co zůstává neproměnné, neproměnnost pozorováním toho, co se mění. (W)

Základní pravidlo teorie poznání: Problémy se zdají tím jednodušší, čím méně o nich víme. (?)

M.Ebner-Eschenbachová: Kdo nic nezná, musí všemu věřit. (A)

H.W.Shaw: Čím méně víme, tím více podezíráme. (A)

E.S.Piccolomini: Kdo více ví, více pochybuje. (A)

L. Hirszfeld: Ve vědě je nutno současně věřit i pochybovat. (A)

Hoarův zákon velkých problémů: Uvnitř každého velkého problému je (alespoň jeden) malý problém, který usiluje, aby se dostal ven (a vyrostl do velikosti původního problému). (Z,?)

Nereciproční zákony očekávání: Negativní očekávání přinášejí negativní výsledky, pozitivní očekávání přinášejí negativní výsledky. (Z)

Princip tří: Nejste-li schopen představit si tři způsoby zneužití daného nástroje, neumíte ho použít správně. (W)



Zákony částečné kompenzace: Slabou úroveň experimentální práce lze do jisté míry kompenzovat náročnější analytickou prací. Slabou úroveň analytické práce lze do jisté míry kompenzovat náročnější experimentální činností. (W)

Problém stability: Tři složky stability, totiž systém, jeho okolí a kritické meze, závisí na pozorovateli. (W)

Zákon zaběhnutého vozidla: Systém, který se dá dobře ovládat, se nemusí upravovat. Systém je žádoucí, vede-li to ke zjednodušení jeho ovládání. (W)

Alternativní formulace z hlediska experimentátora: Způsob nazírání na svět, který neklade nadměrné nároky na pozorovatele, není třeba měnit. Způsob nazírání na svět je vhodné změnit, sníží-li se tím nároky na pozorovatele. (W)

Pearův zákon: Vyřešení problému změní jeho podstatu.(M)

Youngův zákon: Za každý velký objev vděčíme nějakému omylu. Ekonomický důsledek: Čím větší dotace, tím později badatelé k tomuto omylu dospějí. (M)

S. Zweig: Nepřehlížejte omyly! I sebevíce nerozumný omyl může zrodit největší pravdu, jestliže se ho dotkne génius. (A)

N. Bohr: To je nesmyslná myšlenka. Otázka je, zda je nesmyslná natolik, aby se mohla ukázat správnou. (L)

Pravidlo potouchlé konstanty: Při výpočtu se číslo, jehož správnost je všeobecně známa, stává zdrojem chyb.(R)

Skinnerova konstanta: (známá též jako Flannaganův koeficient): Číslo, kterým musíte násobit (nebo dělit) výsledek, popř. který musíte přičíst (či odečíst) od výsledku, který jste dostali, abyste dostali odpověď, kterou jste měli dostat. (Z)

Zákon entropie v praktickém životě: Zbytečných věcí přibývá rychleji než věcí užitečných. (?)

Zákon entropie v informatice: Počet vědeckých prací s časem roste podle exponenciálního zákona, jejich průměrná informační hodnota exponenciálně klesá. (?)

Menandros: Před zákony přírody se nikde neschováš.(A)

Zákon selektivní gravitace: Každý předmět spadne tak, aby způsobil co největší škodu. Jenningsův důsledek: Pravděpodobnost, že krajíc chleba spadne namazanou stranou dolů, je přímo úměrná ceně koberce. (Z)

Globální zákon entropie: Věci ponechané samy o sobě se vyvíjejí vždy od špatného k ještě horšímu. (R)

A.A.Arcimovič: Věda je nejlepší soudobý způsob, jak uspokojovat záliby jednotlivců za státní peníze. (L)

Zlaté pravidlo věd a umění: Kdo má zlato, určuje pravidla. (Z)

Z Parkinsonových zákonů: 1. Práce narůstá tak, aby vyplnila všechen čas, který na ni máme k dispozici. 2. Každá instituce, která zaměstnává více než 100 lidí, je soběstačná; může fungovat sama pro sebe a nepotřebuje žádný styk s okolím (ovšem kromě finančních dotací). (P)

Pravidlo 90-90 plánování projektů: Prvních 90% úkolu potřebuje 90% času, posledních 10% úkolu potřebuje dalších 90% času. (Z)

Peterův princip: Každý pracovník postupuje na služebním žebříčku tak dlouho, dokud se neocitne na místě, na které svými schopnostmi nestačí. Důsledky: 1. Časem budou všechna místa zastávat pracovníci, kteří nejsou schopni je zastávat. 2. Práci vykonávají výhradně ti pracovníci, kteří na tato místa ještě nepostoupili. (M)

Zákony minima: Jevy v přírodě probíhají tak, aby se minimalizovala celková potřebná energie. Úspěšný vedoucí rozhoduje tak, aby se minimalizoval souhrn očekávaných průšvihů. (?)

Spojená pravidla pravé a levé ruky: Pravá ruka neví, co dělá levá ruka. (?)

Princip diferenciace pracovišť: Jsou pracoviště, kde je samozřejmostí, že dělají vědu, ale i pracoviště, kde ze samozřejmostí dělají vědu. (H)

Zákon zachování v ekonomii: Součin z hodnoty vykonané práce a odměny za ni je konstantní. (?)

Zákon H.L.Menckena: Kdo umí, ten dělá. Kdo neumí, ten učí. Martinův doplněk: Kdo neumí učit, ten řídí. (M)

Zesílené Murphyho zákony: 1. Je-li sebemenší možnost udělat nějakou práci špatně, pak se špatně udělá. 2. Není-li vůbec možné nějakou práci udělat špatně, pak se přece jen špatně udělá. (Z)

R.Lardner: Schopnost předvídat nemilou věc nazýváme pesimismem. (I)

J.Dutourd: Skutečný optimismus nespočívá v přesvědčení, že všechno půjde dobře, ale v názoru, že ne všechno půjde špatně. (I)

J.B.Cabell: Optimista je přesvědčen, že žijeme v nejlepším možném světě, pesimista se obává, že tomu tak je.(I,M)



B.Spinoza: Nevědomost není argument. (L)

Menandros: Kdo nic nezná, nemá v čem chybovat. (L)

N.G.Černyševskij: Nelze zavrhnout pravdu jen proto, že se mi nehodí. (L)

G.Ch.Lichtenberg: Ve slově "učený" je obsažena pouze představa, že ho hodně učili, neznamená však ještě, že se něčemu naučil. (L)

Aischylos: Moudrý není ten, kdo mnoho zná, ale ten, jehož znalosti jsou užitečné. (A)

B.Franklin: Tim byl tak učený, že mohl pojmenovat koně v devíti jazycích, ale zároveň tak nevědomý, že si pod sedlo koupil krávu. (L)

Největší hlupák je ten, který, ač moudrý, neumí ze sebe dělat chytrého. (H)

Největší pohroma společnosti - pilný a iniciativní blbec. (?)

Vybráno z těchto pramenů:

A: Petrov,P.P.-Berlin,Ja.V.:Aforizmy po inostrannym istočnikam. Moskva, Progress 1985.

H: Hospodářské noviny, roč.1985.

I: Hartl,B.: Inspiromat - Slavné citáty.Praha,Mladá fronta 1967.

L: Lichtěnštejn,Je.S.: Slovo o nauke. Moskva,Znanije, Tom I, 1978. Tom II, 1981.

M: Bloch,A.: The Murphy´s law and other reasons why things go wrong. London, Magnum Books, Methuen Paperbacks 1979. Vybrané citáty 100+1 zahraniční zajímavosti, 22,1985, č.26, s.18-20.

N: Nešetřil,J.: Historická perspektiva konečné matematiky. Pokr.mat.fyz.astron., 31, 1986, č.1, s.37.

P: Parkinson,C.N.: Zákony profesora Parkinsona.Praha,Mladá fronta 1966.
Nové zákony profesora Parkinsona. Praha,Mladá fronta 1985.

R: Technická poradna. Rozhlas,1978,č.52, s.14.

W: Weinberg,G.M.: An introduction to general system thinking. New York, Wiley-Interscience 1975.

Z: 18 "nepřírodních" zákonů. Čs.Čas.Fyz. A31,1981,č.4,s.389.

## 1. ČSL. KONFERENCE O BIOMECHANICE ČLOVĚKA

Ve dnech 12. až 14. května 1986 se uskutečnila v Liblicích 1.čsl. konference o "Biomechanice člověka" pod záštitou člena korespondenta ČSAV K. Löbla, ministra vlády ČSR a Ing. I. Mírného,CSc., podnikového ředitele Poldi SONP Kladno. Čestným předsedou byl akademik J. Němec.

V průběhu konference se uskutečnilo téměř 60 přednášek z celé řady tématických okruhů: aloartroplastiky, remodelace kostní tkáně, lokomoce člověka, biomechaniky srdečně-cévního systému a umělého srdce, z oblasti stomatologie, kriminalistické biomechaniky, biomechaniky sportu aj. V řadě diskusí se prokázala užitečnost dalšího neformálního přístupu k poznání základních postulátů z řady hraničních oborů. Bude potřeba zejména realizovat pracovní kontakty jednotlivých řešitelů v rámci hlavního úkolu "Biomechanika člověka". Neméně důležitá bude i další inovace základních učebních osnov i pedagogických záměrů v postgraduálním studiu na vysokých školách technického i lékařského zaměření. Na základě diskusí a úspěšného průběhu konference je možno konstatovat:

- Konferenci "Biomechanika člověka" konat pravidelně každé dva roky.
- V průběhu konference zajistit neformální diskuse sbližující vědecké metody technických, lékařských a biologických věd.
- Na evropské úrovni zajistit průběh sekce biomechaniky v rámci 1. konference o mechanice zemí RVHP, která se uskuteční v Praze v roce 1987.
- Úspěšným plněním hlavního úkolu "Biomechanika člověka" přispět k návrhu stěžejního směru SPZV ČSAV na léta 1990 až 2000 v rozsahu čtyř až šesti hlavních úkolů.
- Na základě rozhodnutí ČKVH a prezídia ČSAV v nejbližší době ustanovit Komisi pro obhajoby kand. dis. prací ve vědním oboru bionika - biomechanika a to:
  - při vědecké radě FTVS UK v Praze s možností udělení věd. hodnosti kand. biologických věd,
  - při vědecké radě fakulty všeobecného lékařství UK v Praze s možností udělení vědecké hodnosti kand. lékařských věd,
  - při vědecké radě fakulty strojního inženýrství ČVUT v Praze s možností udělení vědecké hodnosti kand. technických věd,
  - při Vědeckém kolegiu mechaniky ČSAV s možností udělení kand. technických věd, školící pracoviště ÚTAM ČSAV,
  - při vědecké radě VŠ SNB s možností udělení vědecké hodnosti kand. technických věd - oblast kriminalistické biomechaniky a trestního práva.

V průběhu 8. PLP postupně realizovat:

- Centrální Ústav biomechaniky ČSSR při ČSAV.
- Úspěšný rozvoj Laboratoře biomechaniky při FTVS v Praze.



- Dobudování odd. výzkumu a vývoje při závodu chirurgie POLDI SONP Kladno.
- Laboratoř speciální mechaniky při lékařské fakultě v Bratislavě, jakožto externího pracoviště SAV.
- Laboratoř počítačové a experimentální biomechaniky při vybrané ortopedické klinice v Praze, jakožto sdružená pracoviště ČSAV, resp. externí pracoviště Ústavu biomechaniky.
- Laboratoř kriminalistické biomechaniky při VŠ SNB.
- Centrální Laboratoř biomechaniky sportu v ČSSR s kompetencí koordinačního pracoviště.
- Laboratoř biomechaniky při VUT Brno, fakulta technologická Gottwaldov.
- Rozvíjet pracoviště "Podpora a náhrada srdce", katedra patologické fyziologie UJEP Brno, KÚNZ Brno, jakožto externí pracoviště Ústavu biomechaniky ČSAV.

Jsou to tedy úkoly nemalé, ale společensky mimořádně závažné. K celkové stabilizaci přispěje i nový vědecký časopis "Acta Biomechanica", který bude vycházet od roku 1987 v nakl. ČSAV.

Za úspěšný průběh konference "Biomechanika člověka" je nutno poděkovat všem členům organizačního výboru, zejména Ing. Jírové,CSc. a Ing. Kafkovi,DrSc. z ÚTAM ČSAV.

člen korespondent ČSAV J.Valenta

## KONFERENCE A SYMPOZIA

| Název, datum, místo | Informace |
|---|---|
| 17th International Congress of Theoretical and Applied Mechanics, August 21-27, Grenoble, France | Prof.Germaine,Ecole Polytechnic,Paris,France |
| 12th Polish Symposium on Experimental Research in the Mechanics of Solids, September 1986, Warsaw,Poland | Prof.J.Stupnicki,Warsaw Technical University, Nowowiejska 24,00-665 Warsaw,Poland |
| 3th International Conference on Computational Methods and Experimental Measurements, September 2-5,Porto Coras,Greece | Dr.G.A.Keramidas,Naval Research Laboratory,Code 5841,Washington,D.C., USA |

| | |
|---|---|
| 3rd International Conference on Numerical Methods for Non--linear Problems, September 15-18, 1986, Dubrovnik, Yugoslavia | Dr. Hinton, Department of Civil Engineering, University College of Swansea, Singleton Park, Swansea SA2 8PP, U.K. |
| 1st World Congress on Computational Mechanics, September 22-25, 1986, Austin, Texas, USA | WCCM/TICOM Continuing Engineering Studies, Cockrell Hall 10.324, University of Texas, Austin, Texas 78712, USA |
| 2nd International Symposium of Tribological Problems of Elements in Contact, September 24-26, Krakow, Poland | Prof. S. Pytko, Technical University of Mining and Metallurgy, Al. Mickiewicza 30, 30-059 Krakow, Poland |
| 5th International Conference on Reliability and Maintainability, October 6-10, 1986, Biarritz, France | Secretary for 5th Conference, Adera-sea, B.F.48, 33166 Saint-Medard en Jalles Cedex, France |
| 2nd International Conference on Constitutive Laws for Engineering Materials, January 5-10, 1987, Tuscon, Arizona, USA | C.S. Desai, University of Arizona, Department of Civil Engineering and Engineering Mechanics, Tuscon, Arizona 85721, USA |
| International Conference on Computational Plasticity; Models, Software and Applications, April 6-10, 1987, Barcelona, Spain | Prof. D.R.J. Owen, Department of Civil Engineering University College of Swansea, Singleton Park, Swansea SA2 8PP, U.K. |
| 7th World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms, September 17-22, 1987, Sevilla, Spain | Prof. J. Dominguez, Department of Mechanical Engineering, E.T.S.I.I. Avda Reina Mercedes S/N, 41012 Sevilla, Spain |



# EAN

## Odborná skupina pro experimentální analýzu napětí

R.F.M./Analyse des Contraintes otiskuje v č. 2/1986 (str. 97-107) článek P. Texiera a A. Lagarda "Méthodes de moiré, de moiré interférometrique et de moiré holographique" (Metody moiré, interferometrického moiré a holografického moiré), zabývající se měřením dvourozměrných stavů přetvoření. Užitím vhodných vztahů optiky lze ukákat, že pruhy moiré jsou čarami stejného posunutí. Ve fyzikální optice je vykládán jev moiré pomocí difrakce a interference. Tento přístup dovolil řadě autorů nalézt přesnější metody měření. V článku jsou uvedeny základy dvou takových metod a jsou zmíněny metody prokazující efektivnost použití jevu moiré.

- jýj -

# KRONIKA

## PROFESORU RNDr JANU POLÁŠKOVI, DrSc. k 60-tým NAROZENINÁM

Málokterému členu Čs. společnosti pro mechaniku při ČSAV vděčí Společnost za tolik, jako profesoru RNDr Janu Poláškovi, DrSc., čestnému členu Společnosti. Stál u jejího založení, utvářel její dnešní podobu, uváděl ji do života a věnoval jí mnoho svých schopností a sil. Plných dvacet let života Společnosti je aktivním členem jejího hlavního výboru, až donedávna byl dlouholetým členem předsednictva a dokázal vždy s neobyčejným zájmem, citem a znalostí usměrňovat její činnost. Vážíme si tohoto zanícení a práce, která přináší užitek nejen Společnosti jako takové, ale je neobyčejně významná pro celou naši vědu a techniku.

Jménem svým a v zastoupení celé Společnosti přejeme proto profesoru Poláškovi pevné zdraví do mnoha dalších let, neumdlévající elán, hodně životního optimismu a tolik potřebné dobré pohody v práci i v rodině.

Předsednictvo Čsl.společnosti
pro mechaniku při ČSAV

Motto: "Hodnocení člověka má vycházet z toho, co dává, ne z toho, co je schopen získat!"

Albert Einstein

Dne 23. září letošního roku oslavil významné životní jubileum profesor RNDr. Jan Polášek, DrSc., přední československý pracovní v oboru aplikované mechaniky, aplikované matematiky a teorie proudění.



Co říci k narozeninám člověka, se kterým jsem po dobu skoro dvaceti let pracoval ve Státním výzkumném ústavu pro stavbu strojů a s nímž jsem většinu této doby trávil ve společné kanceláři v Husově ulici v Praze. V té době jsme se stýkali skoro denně; diskutovali spolu o pracovních úkolech i o jiných záležitostech a i když (zřídka) docházelo k názorovým střetům (jinak by totiž jakákoliv diskuse byla skoro zbytečná), nedošlo nikdy k hádce či rozchodu, které by navždy narušily náš přátelský vztah - a to je více než mohu říci o mnohém ze spolupracovníků.

Jan Polášek se narodil v Brně, kde jeho otec byl účetním tajemníkem bývalého finančního úřadu. V Brně-Husovicích též Jan Polášek vystudoval střední školu - reálné gymnázium. Ukončení jeho středoškolských studií poznamenala druhá světová válka. Jako oktaván byl nasazen na zákopové a jiné opevňovací práce na moravském území.

Osvobození v květnu r. 1945 přineslo pro mladého Jana Poláška i možnost studia na vysoké škole. Zapisuje se jako řádný posluchač na přírodovědeckou fakultu brněnské university, kde studuje obor matematika-fyzika. Navštěvuje hlavně přednášky akademika Čecha, profesora Hostinského a profesora Potočka. A byli to právě profesoři Hostinský a Potoček, kteří mladého posluchače přivedli k matematickým otázkám, spojeným s řešením fyzikálních a technických problémů.

Po absolvování přírodovědecké fakulty se stává Polášek na dobu dvou let asistentem profesora Kauckého v I. ústavu matematiky na Vysoké škole technické v Brně. Během tohoto působení vypracoval disertační práci a složil přísné zkoušky doktorské. V r. 1950 se na doporučení akademika Čecha stává řádným vědeckým aspirantem. Jeho školitelé byli profesor RNDr. Miloslav Hampl, DrSc., člen korespondent ČSAV a RNDr. Ladislav Špaček, dvojnásobný laureát státní ceny; tito jeho školitelé přivedli pak dr. Poláška k problémům teoretické hydro- a aeromechaniky. A tomuto zaměření zůstává pak dr. Polášek věrný po celou dobu své odborné činnosti a přivádí mnoho mladých pracovníků (z nichž jmenuji dr. M. Feistauera, dr. Z. Vláška, doc.dr. J. Neústupu a dr. K. Kozla) ke stu-

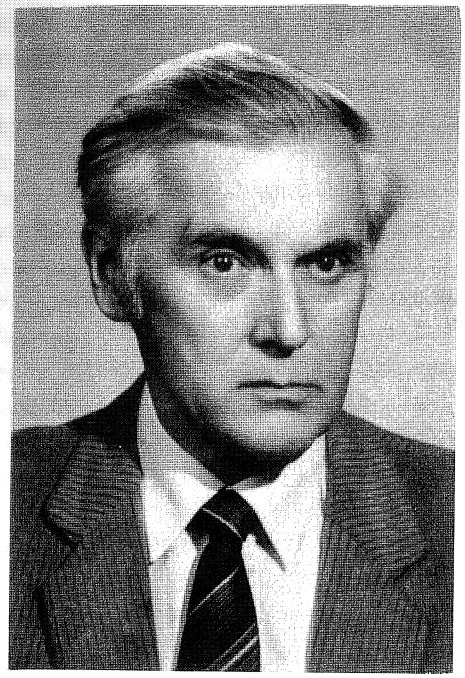
diu matematických problémů teoretické hydromechaniky. A právě při hodnocení Poláškovy výchovné činnosti jsem si uvědomil hloubku Einsteinových slov. I když profesor Polášek dosáhl četných uznání své práce doma i v zahraničí (v r. 1962 státní cena Klementa Gottwalda, v r. 1983 čestné uznání JČSMF, čestný člen Čs. společnosti pro mechaniku, v r. 1986 medaile matematicko-fyzikální fakulty UK, v r. 1964-1970 člen vědeckého kolegia pro mechaniku a energetiku, později člen vědeckého kolegia pro matematiku, člen vědeckých rad různých institucí a komisí, člen redakčních rad různých časopisů, člen různých vědeckých společností atd.), nedosáhl všech poct, které byl schopen získat; důvody toho mohly a mohou být různé - ale hlavní příčina tkví nepochybně a nesporně v jeho poctivém a nekompromisním přístupu k vědecké práci, což mu i mnohdy přinášelo nepříjemnosti. A při tom profesor Polášek byl a je schopen dát naší společnosti mnoho, jak ve své odborné práci (publikoval mnoho prací doma i v zahraničí), tak i svou činností při výchově mladých pracovníků a při formování jejich přístupu k řešení teoretických problémů, které s sebou náročná technická díla přinášejí. A tím právě působí na rozvoj teoretické hydrodynamiky dnes i v budoucnosti.

Blahopřeji jubilantovi k jeho narozeninám jménem všech jeho přátel i jménem svým; přeji mu mnoho zdraví, plnou duševní i fyzickou svěžest ještě po mnoho let. Nechť se mu práce stále daří a přináší mu hojnost radosti i potěšení; nechť jej stále provází štěstí a spokojenost i v životě soukromém.

RNDr Miloš Růžička, CSc., SVÚSS



## DOC. ING. JAN JAVORNICKÝ, DrSc., ŠEDESÁTNÍKEM



Zdá se to téměř neuvěřitelné, přesto je to skutečnost. V září tohoto roku se dožívá významného životního jubilea významný československý vědec, pedagog, technik, inženýr a vyjímečný člověk, doc.ing. Jan Javornický, DrSc. Již jako student fakulty inženýrského stavitelství v Praze se zabýval fotoelasticimetrickým výzkumem inženýrských konstrukcí jako asistent prof. Tesaře, člena korespondenta ČSAV, v Ústavu experimentální pružnosti této školy, kterou s vyznamenáním absolvoval v roce 1950. Odtud odešel v roce 1953 do nově vytvořené laboratoře experimentální pružnosti Ústavu teoretické a aplikované mechaniky ČSAV, kde pokračoval v práci v oblasti fotoelasticimetrických metodik.

Doc. Javornický byl jedním z prvních v kruhu nejbližších spolupracovníků prof. Tesaře, který polarizačně-optické metody výzkumu v ČSSR zavedl a rozvinul. Jako jeho asistent získal podobné rysy v chápání experimentu, citlivý přístup k experimentální práci a neobyčejné pochopení pro modelový výzkum. V laboratoři experimentální pružnosti ÚTAM se doc. Javornický podílel na řešení výzkumných úkolů, týkajících se jednak vývoje fotoelasticimetrických metodik,

jednak řešení speciálních stavů napětí v problémech konstrukcí stavebních či strojních a jejich detailů. Z této doby pocházejí příspěvky k otázce náhradných břemen modelů, kompensačních měření dvojlomu, měření na modelech vodních děl, studie napětí kolejové podkladnice železničního svršku aj. Řešení otázek pevnosti a hospodárnosti konstrukcí obrátila pozornost doc. Javornického k problematice plasticity, na jejíž experimentální modelovou analýzu polarizační metodou zaměřil převážnou část svých prací.

Po obhájení kandidátské disertační práce v roce 1960 z tohoto oboru rozpracoval dále experimentální metodiky spojené s problematikou fotoplasticity, a dále doplnil i ve své habilitační práci (1966). Doc. Javornický je původcem metody založené na dvojí podstatě dvojlomu, vycházející z fyzikálně chemické povahy transparentních makromolekulárních hmot a jejich optickém projevu. Studie provedené touto metodou přinesly i vysvětlení jevů dosud v teorii plasticity neobjasněných. Metodické a teoretické rozpracování fotoplasticity a zhodnocení jednotlivých postupů se stalo obsahem unikátní monografické publikace "Photoplasticity" (Elsevier-Academia 1974), jediného souborného díla tohoto oboru ve světové literatuře, které bylo též základem jeho doktorské práce obhájené v roce 1980.

Úzký vztah plasticity, mechanických vlastností a chování makromolekulárních materiálů přivedl jubilanta k rozšíření jeho vědeckého zájmu na mechaniku materiálů, zejména kompozitů. Také v tomto směru se vyznačuje jeho práce, zabývající se především rozšířením fotoelasticimetrické metody na studium materiálových různomodulových struktur, nespornou původností a přínosem k modernímu pojetí této mimořádně všestranné metody.

Od roku 1963 vede v ÚTAM oddělení mechaniky složených materiálů, jedno z prvních týmových pracovišť tohoto druhu ve světě, v němž se řeší komplexně pojatá problematika složených materiálů. Dosažené významné poznatky byly posléze potvrzeny celosvětovým vývojem a byly i zásadním popudem k vytvoření hlavního úkolu SPZV - Kompozitní materiály v 7. PLP.



Je těžké vyjmenovat všechny funkce a činnosti, které během svého bohatého tvůrčího života zastal a které svědčí o vysokém mezinárodním i domácím uznání jeho bohatých zkušeností a nekonvenčních přístupů k řešení úkolů. V létech 1972 - 1975 působil jako profesor technické a experimentální mechaniky na vysoké škole technické MTC v Káhiře, v létech 1976 a 1983 vedl specializované kursy o fotoplasticitě v mezinárodním středisku mechanických věd CISM v Udine (Itálie), v roce 1979 byl pozván k přednáškovému turné na universitách v NSR v Braunschweigu, Stuttgartu, Mnichově a Wuppertalu, v létech 1978, 1980 a 1981 působil jako hostující profesor na universitě v Poitiers (Francie). Od r. 1965 do r. 1980 byl stálým recenzentem časopisu Applied Mechanics Reviews, od r. 1976 zahraničním členem vědecké rady časopisu Analyse des Contraintes, od r. 1972 zahraničním členem v Mathematische Gesellschaft der DDR. ČSAV ocenila jeho zásluhy udělením stříbrné plakety Fr. Křižíka v roce 1981. Je zakládajícím členem Čsl. společnosti pro mechaniku při ČSAV a místopředsedou hlavního výboru, členem Čs. národního komitétu mezinárodní federace IMEKO, členem mezinárodního technického komitétu Experimentální mechanika atd. Publikoval přes 120 odborných článků, zpráv a referátů doma i v zahraničí, vyznačujících se vždy moderním pohledem na probíranou tématiku. Vysokou angažovanost doc. Javornického dosvědčuje i jeho široká veřejně politická činnost.

Redakce přeje jménem svým i jménem všech jeho spolupracovníků a kolegů doc. Javornickému uchování jeho tvůrčího elánu, "mladého" myšlení a řadu dalších vědeckých úspěchů i do dalších let, spolu s nezbytným zdravím a spokojeností.

Ing. Richard Bareš, DrSc.

## DOC. ING. OTAKAR DANĚK, VEDOUCÍ VĚDECKÝ PRACOVNÍK ÚSTAVU TERMOMECHANIKY ČSAV SE DOŽÍVÁ 65 LET

Narodil se 16.srpna 1921 v Lučenci v rodině poštovního úředníka. Absolvoval státní reálné gymnásium v Kroměříži, kde s vyznamenáním maturoval v r.1940. Doc. Daněk patří ke generaci, kterou v údobí jejího zrání poznamenal rozpad čs.státu, nucené stěhování, válka, okupace a zavření čs.vysokých škol. Po maturitě na gymnásiu sice odchází do Brna, kde absolvuje dvouletý abiturientský kurs při vyšší průmyslové škole, ale jedná se jen o krátký odklad, neboť útrapám, které válka a okupace sebou přinesly, se nevyhne. Od r.1942 až do konce války je totálně nasazen u fy. Junkers na různých místech tehdejší III. říše. Zde v prostředí narůstajícího mravního a ekonomického rozvratu, ve styku se stejně postiženými příslušníky různých národů, neustále vystaven riziku represí ze strany německých úřadů, se utvářejí jeho charakterové vlastnosti, jeho poměr k lidem, k práci a domovu. Jediným kladem tohoto neradostného období bylo, že od té doby se datují jeho dobré znalosti němčiny a francouzštiny, tedy znalosti, kterých doc. Daněk mohl ve své pozdější vědecké činnosti úspěšně využívat. A tak přichází konec války, studie na ČVUT



fakultě strojního a elektrotechnického inženýrství, obor strojní, ukončené v r.1948, učební běh pro letectví na strojní fakultě ČVUT a posléze čtyřletá pedagogická činnost jako odborného asistenta Ústavu stavby letadel ČVUT. Již v tomto období se formuje záliba Doc. Daňka v mechanice se zvláštním zřetelem k dynamice konstrukcí a teoretické práci mající úzký vztah k aplikaci matematických poznatků vůbec. S tímto odborným zaměřením přechází tedy v r.1952 jako vědecký pracovník do nynějšího Státního výzkumného ústavu pro stavbu strojů, kde pracuje pod vedením vynikajícího odborníka v oboru dynamiky konstrukcí Dr. Kohna, laureáta st. ceny K.Gottwalda. V SVÚSS je jeho odborný zájem soustředěn zprvu na výpočty modálních vlastností některých strojních dílů a konstrukcí, jako jsou lopatky lopatkových strojů, obráběcí stroje, elektromotory apod. Později se jeho teoretická výzkumná činnost začíná týkat celého širokého oboru dynamiky lineárních soustav modelovaných jak diskretními tak spojitými výpočtovými modely. Po obhájení kandidátské disertační práce v r.1961 se doc. Daněk v r.1963 habilituje na katedře mechaniky ČVUT prací "Vynucený ustálený harmonický kmit tlumených lineárních systémů". V této době již začíná krystalizovat nový hlavní směr jeho odborného zájmu pro následující léta a přetrvávající v podstatě až do dnešních dnů, tj. problematika identifikace, ladění, analýzy i syntézy lineárních dynamických soustav se zvláštním zřetelem na využití teoretických poznatků z lineární algebry a numerických výpočtových metod. Uvedená odborná činnost je rovněž hlavní náplní stáže, kterou v r.1967 a 1968 doc.Daněk absolvuje po dobu 6 měsíců ve Francii a která později je úspěšně rozvíjena i díky trvalé spolupráci Ústavu termomechaniky ČSAV, do kterého doc.Daněk přešel v r.1970, s Laboratoire de Mécanique Appliquée, Université Franche-Comté, Besancon. Zejména v oboru nepřímé identifikace dynamických soustav ve frekvenční oblasti, jakož i v oboru jejich ladění a optimalizace vytváří doc.Daněk pozoruhodnou školu s osobitým a teoreticky velmi uceleným přístupem. Z těchto prací je nutno především vyzvednout jeho nepřímou globální identifikační metodu, umožňující spolehlivou a velmi přesnou identifikaci modálních vlastností měře-

ného objektu z výsledků měření.

Publikační činnost doc.Daňka je úctyhodná a týká se mnoha nejrůznějších směrů v dynamice konstrukcí. Publikoval na 60 příspěvků, z toho řadu z nich v zahraničí. Pravidelně se aktivně účastní národních,mezinárodních konferencí, vede a organizuje semináře. Nemalou zásluhu má při výchově nových vědeckých pracovníků jako školitel aspirantů, z nichž celá řada úspěšně pracuje v čs. průmyslu a vědeckých institucích. Studentům ČVUT přednáší ve specializaci "Aplikovaná mechanika -Dynamika strojů". Za jeho činnost v oboru rozvoje čs. vědy mu byla předsedou ČSAV udělena stříbrná plaketa Fr.Křižíka Za zásluhy o rozvoj technických věd. Za podíl na spolupráci s pracovištěm v Besanconu byl oceněn jmenováním "Chavalier dans l`ordre de Palmes Académiques" a na jeden semestr se stal hostujícím profesorem na Université Franche-Comté v Besanconu, kde přednášel na téma "Dynamique de structures mécaniques".

Jako členové Čs. společnosti pro mechaniku při ČSAV musíme v neposlední řadě vzpomenout činnosti doc.Daňka věnované naší Společnosti. Byl jedním z jejích zakládajících členů, členem prvního Hlavního výboru a v létech 1969-1972 jejím vědeckým tajemníkem. V této funkci jsme mohli blíže poznat a ocenit jeho široké odborné a organizační schopnosti, jeho vřelý vztah k rozvoji čs. vědy, jeho mladistvý elán a jeho přímý a zásadový postoj při jednání s lidmi. Vážíme si jeho práce a z plna srdce mu přejeme do dalších let pevné zdraví, neutuchající zájem o vědeckou práci v oboru mechaniky, trvalé přírůstky do jeho sbírky známek, úspěchy i v dalších oborech sběratelské činnosti, které se věnuje ve volných chvílích, úspěšné završení různých činností z oboru zedníka - amatéra, jakož i další vítězná tažení za ping-pongovým stolem.

Ing. František Turek, CSc.