



BULLETIN

**ČESKOSLOVENSKÁ
SPOLEČNOST
PRO MECHANIKU
PŘI ČSAV**

3·1989

BULLETIN 3'89

ČESKOSLOVENSKÁ SPOLEČNOST PRO MECHANIKU

Z VYHLÁŠENÍ NEZÁVISLOSTI

T. Jefferson, 4. července roku tisícího sedmistrohé sedmdesátého
šestého

Když v běhu lidských událostí vyvstává nutnost, aby lidé jedné země uvolnili politická pouta, která je pojí s lidmi jiné země a aby zaujali mezi mocnými této Země samostatné a rovné postavení, k němuž je opravňují zákony přírody a zákony boží řídící přírodu, pak mravní respektování názorů lidstva si žádá, aby vyhlásili principy vedoucí je k osamostatnění.

Považujeme následující pravdy za samozřejmé, že totiž všichni lidé jsou stvořeni jako sobě rovní, že jsou nadání Stvořitelem různými nezcnitelnými právy, že k těmto právům náleží právo na život, právo na svobodu a právo na šťastný život. Že k zajištění těchto práv jsou mezi lidmi ustanoveny vlády, odvo-

B U L L E T I N

3/89

Čs. Společnosti pro mechaniku při ČSAV

vydává Čs. Společnost pro mechaniku při ČSAV
ve spolupráci s Jednotou čs. matematiků a fyziků v Praze

Odpovědný pracovník: Ing. Rudolf Dvořák, CSc.
vědecký tajemník Společnosti
redakce Bulletinu: Ing. Miloslav Okrouhlík, CSc.
Ústav termomechaniky ČSAV
Praha 8, Dolejškova ul. 5, tel. 815 3158

adresa sekretariátu: Vyšehradská 49, 128 49 Praha 2
jiřeno členům Čs. Společnosti pro mechaniku při ČSAV
tiskne: Polygrafie 6 (Prometheus), Praha 8
zvid. č. UVTEI 79 038

zující svou spravedlivou moc ze souhlasu těch, jimž vládnou. Že kdykoli jakákoli forma vlády bude tyto cíle bořiti, mají lidé právo ji změniti nebo zrušiti a zřídit si novou vládu, která se o takovéto principy opírá a organizuje své pravomoci tak, jak se bude jeviti nejpříhodnější pro zajištění jistot a štěstí. Vskutku moudrost bude pak veleti, aby dlouho ustavené vlády nedoznávaly změn pro věci nepodstatné a pomíjející. Veškerá zkušenost rovněž ukazuje, že jsou-li zla snesitelná, je lidstvo náchylné spíše ke strádání, než aby sobě napomohlo k právu zrušením forem, jimž již přivyklo. Když však dlouhý sled zlořadů a usurpování sledující neměnně týž cíl jasně vyjeví záměr zahnatí je do područí absolutního despotismu, je jeho právo, jeho povinnost svrhnuti takovou vládu a zajistiti nové záruky budoucích jistot.

Z Lincolnova projevu v Gettysburgu

A je na nás, abychom se zaměřili na velký úkol stojící před námi ... že tento národ uzří nové zrození svobody - a že vláda lidu, lidem a pro lid nezanikne na zemi.

"POČÍTAČOVÁ MECHANIKA" PEVNÝCH TĚLES A INŽENÝRSKÝCH KONSTRUKCÍ S POUŽITÍM METODY KONEČNÝCH PRVKŮ

E. Stein, P. Wriggers

Ústav pro stavební mechaniku a numerickou mechaniku
Universita v Hannoveru

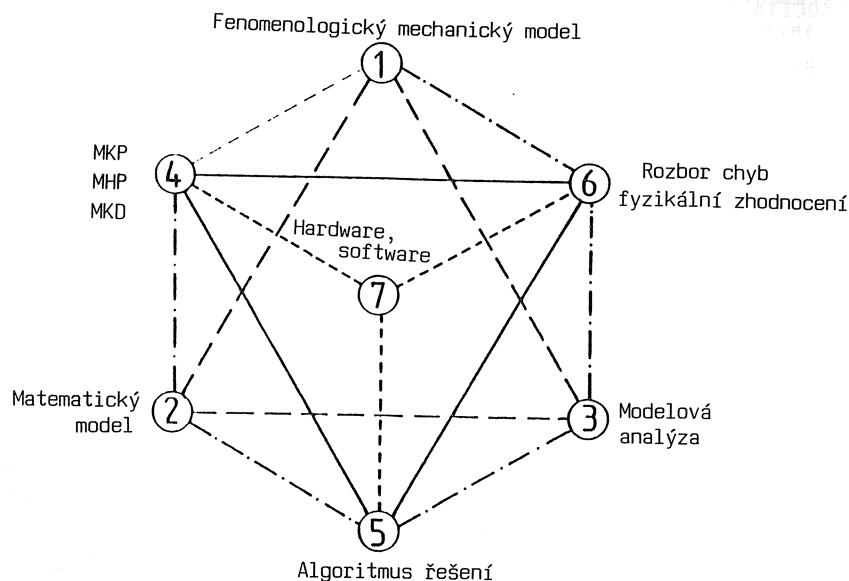
1. CO JE "POČÍTAČOVÁ MECHANIKA" ?

Pomyslíme-li, že k aplikované - nebo technické - mechanice patří už asi 150 let oblasti teorie (matematické modelování úloh), řešení (analytické, numerické) a interpretace (logické, formální úvahy o hraničních hodnotách), je oprávněna otázka: co podstatně nového přináší počítačově zaměřené postupy, založené na diskretizaci, které slouží k získání numerických přibližných řešení, že jsme oprávněni dávat tomuto novému odvětví mechaniky název? Odpověď spočívá podle našeho názoru nejméně ve třech aspektech:

1. Počítače ovlivňují nejen algoritmy, ale i teorii.
2. Úlohy velkých rozměrů, složité - často s vazbami - , jakož i nelineární, nejsou přístupné dosavadním metodám.
3. Problémy numerické stability, adaptivity, popř. celkové spolehlivosti algoritmů konečných prvků jsou nového druhu a zasahují do celé teoretické i numerické formulace úlohy.

Ukazuje se, že úlohu je třeba pojímat jako celek, a to od formulace popisu fyzikálních jevů až po výpočtové programy, přes matematické modelování s pre- a postprocesory, přičemž je třeba brát silně v potaz i numerickou analýzu a aplikovanou informatiku. S pouhým heuristickým "bastlováním", s nímž se dosahovalo v pionýrských dobách metody konečných prvků (MKP) velkých úspěchů, už nevystačíme, neboť existují a dále se rozvíjejí efektivní, zvláště nelineární algoritmy za použití vektorových a paralelních počítačů s rozdelenými paměťmi. Stále více se kromě nezbytné intuice vyžaduje i "tvrdá analýza", aby se dosáhlo dobrých algoritmů a novodobých řešení úloh.

Složité vztahy dílčích odvětví počítačové mechaniky lze znázornit tzv. interakčním šestiúhelníkem (obr. 1).



Obr. 1. Interakční šestiúhelník počítačové mechaniky

Software vyvinutý na bázi počítačové mechaniky pokrývá dnes už široké spektrum úloh požadovaných průmyslem. Příkladem jsou analýzy pevnosti a deformací při haváriích automobilových karoserií, vyšetřování reaktorových skořepin v podmírkách zemětřesení nebo výpočty procesů s turbulentním prouděním.

V oblasti výzkumu se uvnitř počítačové mechaniky vypravávají nová zadání úloh. Uvedme vázané procesy, zjednodušené diskretilizační metody a zlepšené algoritmy.

Pokračující bouřlivý vývoj počítačových systémů působí silnými impulsy na nové směry numerické matematiky a mechaniky. V podstatě lze uvést:

1. zpracovatelská centra s kombinací vysokovýkonných počítačů, počítačové grafiky a informační sítě,
2. vysokovýkonné vektorové počítače chlazené kapalným plynem,
3. jako nejnovější vývoj uvedeme paralelní počítače se společně sdílenou (shared) pamětí a
4. jako výzvu k hledání nových cest ve vytváření algoritmů a programů procesory s rozdělenou (distributed) pamětí, u nichž

je pro průběh výpočtu důležitá síť, rovněž variabilní a programovatelná.

S těmito pomocnými prostředky se lze v budoucnosti pustit do řešení mnohem obsáhlějších problémů než dosud, jak o tom bude ještě na konci této práce zmínka. Nejprve však ukážeme metody počítačové mechaniky a jejich aplikaci na náhodile vybraných příkladech. x)

2. POHLED NA SOUČASNÝ STAV KONSTRUKČNÍ MECHANIKY

Úlohy z oboru konstrukční mechaniky jsou značně obsáhlé a mnohostranné. Musíme např. rozlišovat úlohy ze statiky a z dynamiky, přičemž se každý z těchto velkých aplikačních oborů dělí ještě na mnoho odvětví. Dále uvedeme různé materiálové zákony, které se uplatňují podle druhu úlohy. Už pouhé chování materiálu významně ovlivňuje způsob diskretizace a algoritmy. Dále je třeba rozhodnout, zda deformace počítané konstrukce budou malé nebo velké. Také to má rozhodující vliv na složitost formulace mechanické úlohy a algoritmus.

K vysvětlení postupu v počítačové mechanice probereme nejprve přehledný příklad. Pojednáme o velkých deformacích tělesa z hyperelastického materiálu, abychom ukázali shora uvedené jednotlivé kroky počítačové mechaniky - teoretické, mechanické podklady, matematické modelování, diskretizaci a algoritmy.

V dalším textu vysvětlíme, jak se počítačová mechanika uplatňuje při řešení stabilitních problémů u skořepin a při integraci neelastických materiálových zákonů.

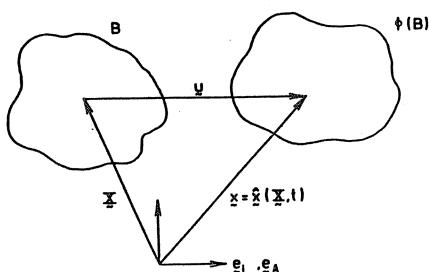
2.1 Velké deformace konstrukcí z hyperelastického materiálu

Tento příklad ukáže opěrné sloupy počítačové mechaniky, jak jsme je uvedli v interakčním šestiúhelníku. Pro úsporu místa se nebudeme moci zabývat velmi důležitou experimentální stránkou.

x) V rámci tohoto článku nebudeme uvádět podrobný seznam literatury, ale jen výběr novějších příspěvků k počítačové mechanice.

2.1.1 Podklady z mechaniky kontinua

Rovnice mechaniky kontinua se mohou formulovat ve vztahu k deformované nebo nedeformované konfiguraci tělesa. Obecné a podrobné pojednání se najde např. u Truesdella a Nolla (1965). Z teoretického hlediska není žádného rozdílu mezi rovnicemi vztázenými k okamžité nebo k referenční konfiguraci. Můžeme se tedy rozhodnout zcela svobodně. Měli bychom však brát zřetel k implikacím fyzikálního modelování, např. v teorii plasticity, a přirozeně i k důsledkům, kterými se formulace projeví v numerických metodách, neboť zde mohou vzniknout podstatné rozdíly v efektivnosti. Uvedeme paralelně obě tyto formulace, abychom mohli na tyto důsledky poukázat.



Obr. 2 Pohyb tělesa \mathcal{B}

I. Kinematika

Pohyb tělesa \mathcal{B} lze popsat tak, že se zavede jeho nedeformovaná konfigurace B - zvaná též referenční - a deformovaná konfigurace $\phi(B)$. Bod X v referenční konfiguraci je dán polohovým vektorem $\mathbf{x} = x_A e_A$. V čase t zaujme částice X polohu $x = \hat{x}(X, t)$. (1)

Deformační grafident F definujeme jako tenzor, který spojuje infinitesimální vektor $d\mathbf{x}$ v B s vektorem $d\mathbf{x}$ ve $\phi(B)$. $d\mathbf{x} = F d\mathbf{x}$. Složky F jsou tedy parciální derivace $\partial x_i / \partial X_A = x_{iA}$.

Z rovnice (1) dostaneme ^{x)}

$$F = \text{Grad } x. \quad (2)$$

Pomocí deformačního gradientu F můžeme zavést Greenův-Lagrangeův deformační tenzor E , který se definuje rovnicí

$$E = \frac{1}{2}(F^T F - 1) \quad (3)$$

a vztahuje se k referenční konfiguraci B . Tento deformační tenzor se v nelineárních inženýrských aplikacích velmi často používá. Není to však jediná možná míra přetvoření. Zobecnění vztahu (3) najdeme např. u Ogdena (1984)

$$E^\alpha = \frac{1}{\alpha}(U^\alpha - 1), \quad \alpha \in \mathbb{R}. \quad (4)$$

K definici této míry přetvoření se využívá polárního rozkladu deformačního gradientu na tenzor rotace R a tenzory čisté deformace U , V . Platí, že $F = RU = VR$. Při aplikaci (4) je třeba pamatovat, že se tenzor dá obecně vypočítat jen pomocí spektrálního rozkladu $U = \sum_{i=1}^3 \lambda_i N_i \otimes N_i$. Vlastní hodnoty λ_i , které vstupují do tohoto rozkladu, se též nazývají hlavní prodloužení.

Jako zvláštní případ pro $\alpha = 2$ dostaneme Greenův deformační tenzor ze vztahu (3). Ekvivalentní mírou přetvoření k tenzoru E je Almansiho deformační tenzor e vztázený k okamžité konfiguraci

$$e = \frac{1}{2}(1 - F^T F^{-1}). \quad (5)$$

x) Operátor *Grad* se vztahuje k materiálovým souřadnicím, *grad* k prostorovým. Autoři v dalším textu často nerozlišují tenzor od matice tenzoru. (Pozn. překl.)

xx) Zvolíme-li ve směru vlastního vektoru N_i v nedeformovaném tělese elementární úsečku, pak její délka po deformaci je λ_i -krát větší než před deformací. Nejde tedy o hlavní poměrné prodloužení, jak je známe z infinitezimální teorie. - Symbol \otimes značí tenzorový, popř. dyadicke součin. Je-li V vektor dimenze n , je $A = V \otimes V$ matice n -tého řádu s prvky $a_{ij} = V_i V_j$. (Pozn. překl.)

Ve vztahu (5) potřebujeme inverzi levého Cauchyho - Greenova deformačního tenzoru $\mathbf{b} = \mathbf{F}\mathbf{F}^T$, který má rovněž význam pro formulaci materiálových zákonů. Transformační vztah mezi (3) a (5) zní $\mathbf{E} = \mathbf{F}^T \mathbf{e} \mathbf{F}$.

II'. Zákony pro hyperelastický materiál

Materiálová teorie popisuje makroskopické chování materiálu. Konstitutivní rovnice vzájemně přiřazují deformace a napjatost. Protože se skutečné materiály chovají velmi složitě, aproxi- mují se výsledky experimentů materiálovými rovnicemi. V tomto odstavci budeme předpokládat čistě elasticke chování. Podle konstitutivní rovnice je druhý Piolův - Kirchhoffův napěťový tenzor nebo Cauchyho napěťový tenzor určen derivací hyperelas- tického potenciálu ψ podle kinematických veličin, takže x)

$$\mathbf{S} = \rho_R \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{E}} , \quad \boldsymbol{\sigma} = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{e}} , \quad (6)$$

přičemž druhá z těchto rovnic se vztahuje k okamžité konfiguraci. Jde-li o izotropní materiál, můžeme funkci ψ , která ve vztahu (6) vystupuje velmi obecně, dále specifikovat. To vede k funkci závislé pouze na invariantech pravého (\mathbf{U}) nebo levého (\mathbf{V}) tenzoru čisté deformace, např. $\psi = \psi(I_V, \mathbb{I}_V, \mathbb{M}_V)$. Přirozeně lze k této úvaze použít i levý Cauchyho - Greenův tenzor $\mathbf{b} = \mathbf{F}\mathbf{F}^T = \mathbf{V}^2$. Pak by bylo $\psi = \psi(I_b, \mathbb{I}_b, \mathbb{M}_b)$. Za invarianty lze na místě pro- měnných vzít i hlavní prodloužení, takže s hlavními prodlouže- ními λ_i tenzorů \mathbf{U} , popř. \mathbf{V} , získá funkcionál tvar $\psi = \psi(\mathbf{U}) \equiv \psi(\mathbf{V}) = \psi(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$. Materiálové zákony jsou v tomto tvaru stále ještě příliš složité. Pokusné určení všech parametrů materiálové funkce vede k těžkostem. Proto se v nelineární teorii pružnosti snažíme zvolit takovou materiálovou funkci, která by s nejmenším možným počtem parametrů popisovala fyzikální dě- je ještě s přijatelnou přesností. Např. pro elasticke prýže dává dobrý souhlas s pokusy zobecněná materiálová funkce, kterou navrhl Ogden. Lze ji přidáním člena $g(J)$ zobecnit tak, aby pla-

x) ρ , popř. ρ_R , značí hustotu v okamžité, popř. referenční konfiguraci (pozn. překl.).

tila i pro stlačitelné materiály:

$$\rho\psi = \sum_{i=0}^{\infty} \mu_i [I(\alpha_i) - 3] + g(J), \quad (7)$$

kde

$$I(\alpha_i) = \frac{1}{\alpha_i} (\lambda_1^{\alpha_i} + \lambda_2^{\alpha_i} + \lambda_3^{\alpha_i}).$$

Aplikace $\alpha_i \in \mathbb{R}$ zde znamená, že tento materiálový zákon byl uveden v hlavních prodloužených míry přetvoření ze vztahu (4). Speciální volba

$$I(\alpha_i) = \frac{1}{2} (\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2) = I_{\nu 2} = I_b$$

dává zvláštní případ stlačitelného nephookeovského materiálu, pro který

$$\rho\psi(I_b, J) = g(J) + \frac{1}{2} \mu (I_b - 3). \quad (8)$$

Lze ukázat, že energetická deformační funkce (7) vede při vhodné volbě $g(J)$ k polykonvexnímu materiálu. To umožňuje vyšlovit věty o existenci. Člen v rovnici (8) popisující stlačitelnost se může zvolit např. takto: $g(J) = \frac{1}{2} (\ln J)^2 - \mu \ln J$. Příslušný konstitutivní vztah pro Cauchyho napěťový tenzor dostaneme s tímto vztahem pro $g(J)$ z rovnic (8) a (6); vyjde

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\lambda}{J} \ln J \cdot \mathbf{1} + \frac{\mu}{J} (\mathbf{b} - \mathbf{1}). \quad (9)$$

Materiálové konstanty λ , μ lze chápat jako Lamého konstanty. Přechod od (9) k referenční konfiguraci může nastat tak, že za Cauchyho napěťový tenzor dosadíme 2. Piolův - Kirchhoffův napěťový tenzor ze vztahu $\mathbf{S} = J \mathbf{F}^{-1} \boldsymbol{\sigma} \mathbf{F}^{-T}$. Bude

$$\mathbf{S} = \lambda \ln J \cdot \mathbf{C}^{-1} + \mu (\mathbf{1} - \mathbf{C}^{-1}). \quad (10)$$

Ze srovnání (9) a (10) vyplývá, že vztah (9) se numericky lépe vyčísluje, neboť $\mathbf{1}$ značí jednotkový tenzor ve vztahu k

k okamžité konfiguraci, kdežto ve vztahu (10) musíme pravý Cauchyho - Greenův tenzor \mathbf{C} invertovat. Linearizace vztahu (9) nebo (10) vztažená k referenční konfiguraci tělesa bez napětí dává klasický lineární Hookeův zákon.

III. Variacionní principy

K řešení statických okrajových úloh z mechaniky kontinua slouží simultánní soustava parciálních diferenciálních rovnic, která obsahuje kinematické vztahy, podmínky lokální rovnováhy, materiálový zákon a okrajové podmínky. Analytické řešení této soustavy rovnic pole je v nelineární mechanice kontinua možné jen pro několik málo jednoduchých okrajových úloh. Přibližný výpočet založený na variačním přístupu (např. užitím MKP) velice rozšiřuje spektrum řešitelných úloh.

Princip virtuálních posuvů je ekvivalentní k bilanci hybností a momentů hybnosti a bývá označován jako slabá forma diferenciální rovnice vyplývající z bilance hybností. Poněvadž se prozatím nic dalšího nepředpokládá - např. existence nějakého potenciálu - , lze tento pracovní princip použít zcela obecně, např. pro úlohy se třením nebo s nekonzervativním zatížením. Slabá forma bilance hybností, vztažená k referenční konfiguraci, zní

$$G(\mathbf{u}, \boldsymbol{\eta}) = \int_B \mathbf{S} : \delta \mathbf{E} dV - \int_B \rho \hat{\mathbf{b}} \cdot \boldsymbol{\eta} dV - \int_{\partial B_\sigma} \hat{\mathbf{t}} \cdot \boldsymbol{\eta} dA = 0 \quad (11)$$

Je psána s 2. Piolovým - Kirchhoffovým napěťovým tenzorem \mathbf{S} a s variací $\delta \mathbf{E}$ Greenova deformačního tenzoru (3). První člen v rovnici (11) odpovídá virtuální vnitřní práci. Poslední dva členy popisují virtuální práci objemových a povrchových sil, $\boldsymbol{\eta}$ je virtuální posuv neboli testovací funkce. Slabou formu (11) získáme ve tvaru odpovídajícím okamžité konfiguraci čistě geometrickými operacemi. Dostaneme

$$g(\mathbf{u}, \boldsymbol{\eta}) = \int_{\bar{\Omega}(B)} \sigma \cdot \text{grad} \boldsymbol{\eta} dV - \int_{\bar{\Omega}(B)} \rho \hat{\mathbf{b}} \cdot \boldsymbol{\eta} dV - \int_{\bar{\Omega}(\partial B_\sigma)} \hat{\mathbf{t}} \cdot \boldsymbol{\eta} dA = 0. \quad (12)$$

x) $\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \mathbf{F}$; $J = \rho_R / \rho = \det \mathbf{F}$ (pozn. překl.)

Protože Cauchyho napěťový tenzor je symetrický, může se gradient $\boldsymbol{\eta}$ nahradit ve skalárním součinu jeho symetrickou částí. Variace, jakož i linearizace nějaké prostorové veličiny se řídí konceptem Lieovy derivace, takže $\sigma \cdot \text{grad} \boldsymbol{\eta} = \sigma \cdot L_{\boldsymbol{\eta}}(\mathbf{e})$. Ke Cauchyho napěťovému tenzoru je tedy jako deformační veličina přiřazena variace - nebo Lieova derivace - Almansho deformačního tenzoru.

Dají-li se napětí odvodit derivacemi nějakého potenciálu, je možné vytvořit funkcionál. V odst. 1.2 byly uvedeny materiály, které tuto podmínu splňují. S tím lze ze slabé formulace odvodit pro hyperelastický materiál a konzervativní síly funkcionál Π . Pro úlohy ze statiky dostaneme

$$\Pi(\mathbf{u}) = \int_B [\rho_R \gamma_R(\mathbf{E}) - \rho_R \hat{\mathbf{b}} \cdot \mathbf{u}] dV - \int_{\partial B_\sigma} \hat{\mathbf{t}} \cdot \mathbf{u} dA. \quad (14)$$

Variace tohoto funkcionálu je ekvivalentní k slabé formě (11), což se dá prokázat s použitím směrových derivací a s přihlédnutím k materiálovému zákonu (6). Konstrukce energetického funkcionálu je významná z několika důvodů. Funkcionál např. umožňuje výpověď o existenci a jednoznačnosti nebo dovoluje vývoj efektivních algoritmů na základě optimalizačních postupů.

Uvedením pracovních a energetických principů je položen základ k numerickému řešení ve smyslu metody konečných prvků. Dosazením kinematiky a materiálových zákonů nyní vzniká nelineární soustava rovnic. K jejímu řešení je nezbytný iterativní algoritmus. Z mnoha možných algoritmů - přehled najdeme v odst. 3.1 - se často volí Newtonova metoda, protože vykazuje v blízkosti řešení kvadratickou konvergenci. Při tomto Newtonově postupu potřebujeme Hessovu matici, kterou můžeme vypočítat směrovými derivacemi z (11) nebo (12). To odpovídá linearizaci principu virtuálních posuvů, kterou uvedeme nejprve v pojetí principu (11) vztaženého k referenční konfiguraci. Uskuteční se v deformovaném stavu tělesa, v němž panuje rovnováha. Tento stav označíme $\bar{\mathbf{u}}$. Potom

$$G(\bar{\mathbf{u}}, \boldsymbol{\eta}; \Delta \mathbf{u}) = G(\bar{\mathbf{u}}, \boldsymbol{\eta}) + DG(\bar{\mathbf{u}}, \boldsymbol{\eta}) \cdot \Delta \mathbf{u}.$$

$G(\bar{\mathbf{u}}, \boldsymbol{\eta})$ odpovídá (11), když za \mathbf{u} dosadíme deformaci $\bar{\mathbf{u}}$. Pro směrovou derivaci funkce G , kterou potřebujeme ke konzistentní linearizaci, dostaneme za předpokladu konzervativního zatížení a s přihlédnutím k (6)

$$DG(\bar{\mathbf{u}}, \boldsymbol{\eta}) \cdot \Delta \mathbf{u} = \int_B \{ \text{Grad } \Delta \mathbf{u} \bar{\mathbf{S}} + \\ + \bar{\mathbf{F}} \mathbf{C} [\bar{\mathbf{F}}^T \text{Grad } \Delta \mathbf{u} + \text{Grad } \Delta \mathbf{u} \bar{\mathbf{F}}] \} \cdot \text{Grad } \boldsymbol{\eta} dV. \quad (15)$$

Přitom \mathbf{C} značí tenzor čtvrtého rádu vztavený k referenční konfiguraci, daný vztahem

$$\mathbf{C} = \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial \mathbf{C}} = \lambda \mathbf{C}^{-1} \otimes \mathbf{C}^{-1} + (\mu - \lambda \ln J) \mathbf{1}_{C^{-1}}.$$

Zde $\mathbf{1}_{C^{-1}}$ definuje tenzor čtvrtého rádu, který je sestaven ze složek \mathbf{C}^{-1} .

Linearizaci principu virtuálních posuvů v okamžité konfiguraci lze získat přímo z (12) užitím Lieovy derivace. Po určitých úpravách, viz např. Wriggers (1988), vyjde linearizovaný tvar principu virtuálních posuvů vztavený k okamžité konfiguraci

$$L_u \{ g(\bar{\mathbf{u}}, \boldsymbol{\eta}) \} = \int_{\phi(B)} \{ \overline{\text{grad }} \Delta \mathbf{u} \sigma + \\ + \mathbf{C} \left[\frac{1}{2} (\overline{\text{grad }} \Delta \mathbf{u} + \overline{\text{grad }} \Delta \mathbf{u}^T) \right] \} \cdot \overline{\text{grad }} \boldsymbol{\eta} dV, \quad (16)$$

přičemž inkrementální tenzor elastickech modulů \mathbf{C} se získá linearizací druhé z rovnic (6):

$$\mathbf{C} = \frac{\lambda}{J} \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + \frac{1}{J} (\mu - \lambda \ln J) \mathbf{i}_{g-1}. \quad (17)$$

Zde \mathbf{i}_{g-1} je jednotkový tenzor čtvrtého rádu vztavený ke kovariantní vektorové bázi.

Tím jsou sestaveny teoretické podklady k pojednání o elastických strukturách s velkými deformacemi. Je nyní jen otázkou

jednoduchosti a efektivnosti formulace vybrat vhodné vztahy pro konstrukci konečných prvků. Vidíme, že při popisu vycházejícím z okamžité konfigurace se mnoho tensorů zredukuje na jednotkové tenzory, což zjednoduší numerickou formulaci, pokud lze okamžitou konfiguraci získat bez velké námahy během numerického procesu. V dalším textu volíme proto tento postup.

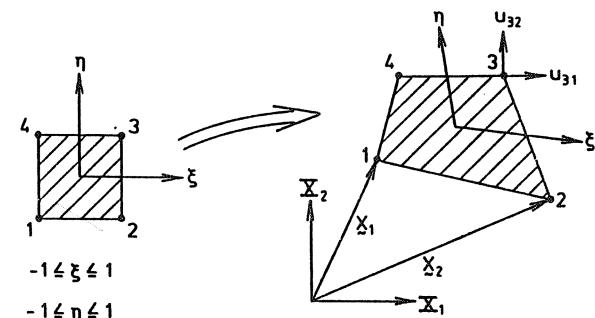
2.1.2 Diskretizace, formulace konečných prvků

V tomto odstavci budeme uvažovat o formulaci konečného prvku pro okrajové úlohy elastostatiky, jak jsme je už popsali.

K tomuto účelu zavedeme diskretizaci definiční oblasti B

$$B^h = \bigcup_{e=1}^{n_e} \Omega_e$$

s n_e prvky. Objem nebo plochu jednoho prvku přitom označíme Ω_e . Pro dvoj- nebo trojrozměrné úlohy o pevných tělesech se často používá izoparametrických prvků. Izoparametrický koncept známený, že všechny veličiny pole, jako geometrie \mathbf{x} , pole posuvů \mathbf{u} a virtuální posuv $\boldsymbol{\eta}$, se approximují v elementu Ω_e touž "násadovou" funkcí (obr. 3). Izoparametrické prvky díky svým transformačním vlastnostem umožňují velmi podrobné zobrazení libovolných geometrií do sítě konečných prvků. Kromě toho jsou lokální souřadnice v jednotkovém čtverci ortogonální, takže se



Obr. 3 Izoparametrický prvek pro dvojrozměrné úlohy

metrické koeficienty (např. materiálový tenzor) redukují na Kroneckerovo delta. To je výhodné zejména při formulaci v okamžité konfiguraci. Izoparametrická "násada" zní

$$\mathbf{x}_e^h = \sum_{I=1}^n N_I \mathbf{x}_I \quad , \quad \mathbf{u}_e^h = \sum_{I=1}^n N_I \mathbf{v}_I . \quad (18)$$

Symbol $(\dots)^h$ znamená zde i v dalším textu, že veličina je definována v approximaci MKP.

Pro úlohy o kontinuu jsou důležité požadavky kladené na "násadové" funkce $N_I : C^0$ - spojitost a úplnost. Z mnoha různých možností, jak získat tyto funkce vyhovující uvedeným požadavkům, budeme sledovat jako příklad koncept lagrangeovské interpolace; viz třeba Zienkiewicz (1977). Například pro osmizlové kvádrové prvky máme interpolační funkce

$$N_I = \frac{1}{2}(1+\xi_I \xi) \frac{1}{2}(1+\eta_I \eta) \frac{1}{2}(1+\phi_I \phi) . \quad (19)$$

Poslední činitel v (19) odpadne u dvojrozměrných aplikací.

Interpolační funkce jsou definovány v lokálních souřadnicích ξ, η, ϕ . Proto je nutná transformace do globálních souřadnic x_1, x_2, x_3 , viz obr. 3, v nichž byla formulována teorie. Poněvadž následující formulace je stejná pro dvoj- i trojrozměrné úlohy, ovšem až na to, zda počítáme se třetím souřadnicovým směrem, budeme se v dalším textu zabývat pro větší přehlednost už jen dvojrozměrnou úlohou.

Ve slabé formulaci (12) podmínky rovnováhy potřebujeme derivace posuvů podle souřadnic v okamžité konfiguraci. S použitím izoparametrické transformace je můžeme vypočítat takto:

$$\frac{\partial \mathbf{u}_e^h}{\partial x_\alpha} = \sum_{I=1}^n \frac{\partial N_I(\xi, \eta)}{\partial x_\alpha} \mathbf{v}_I . \quad (20)$$

Zde je třeba použít pravidla o derivování složených funkcí, chceme-li určit parciální derivace N_I podle x_α . Používáme-li izoparametrických konečných prvků, není postup vázaný k okamžité konfiguraci o nic pracnější než v referenční konfiguraci, neboť je lhostejné, kterou z těchto konfigurací transformujeme na jednotkový čtverec. Jediný rozdíl je v tom, že místo souřadnic X_A referenční konfigurace dosadíme souřadnice x_α okamžité konfigurace. Z tohoto důvodu je výhodnější použít ke konstrukci konečných prvků jednodušších vztahů vycházejících z okamžité konfigurace konstrukce.

Jako příklad zde rozepíšeme rovnice platné pro rovinné přetvoření, které jsme uvedli v odst. 2.1. S výrazy (18) pro izoparametrickou interpolaci můžeme $\text{grad } \boldsymbol{\eta}$ approximovat ve dvojrozměrném případě výrazem

$$(\text{grad } \boldsymbol{\eta})^h = \sum_{I=1}^4 \mathbf{B}_I \boldsymbol{\eta}_I , \quad \text{kde } \mathbf{B}_I = \begin{bmatrix} N_{I,1} & 0 \\ 0 & N_{I,2} \\ N_{I,2} & N_{I,1} \end{bmatrix} . \quad (21)$$

Tento výsledek dosadíme do rovnice (12), která platí pro kontinuum. Napěťový vektor bude podle definice $\boldsymbol{\sigma}^h = \{\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12}\}$. Pro prvek Ω_e bude

$$g_e^h(\mathbf{v}, \boldsymbol{\eta}) = \sum_{I=1}^4 (\boldsymbol{\eta}_I^h)^T \left[\int_{\bar{\Omega}} (\mathbf{B}_I^T \boldsymbol{\sigma}^h - N_I^T \bar{\mathbf{b}}) d\Omega - \int_{\bar{\Omega}} N_I^T \bar{\mathbf{t}} d(\partial\Omega) \right] . \quad (22)$$

Integrály v rovnici (22) se obvykle počítají numericky užitím Gaussovy metody. Poněvadž integrál ve (12) je definován pro celé těleso, musí se příspěvky (22) v uzlových bodech z jednotlivých prvků sečítat. To nakonec vede k soustavě algebraických rovnic platných pro sestavu konečných prvků modélujících počítanou konstrukci. Označme symbolickým výrazem \mathcal{U} zabudování okrajových podmínek pro posuvy a přechodových podmínek do globálního systému rovnic. Pak lze (12) napsat v globálním tvaru

$$\boldsymbol{\eta}^T \mathbf{g}(\mathbf{v}) = \bigcup_{e=1}^{n_e} g_e^h ; \quad \# \boldsymbol{\eta} \in \mathbb{R}^K , \quad (23)$$

kde K je celkový počet stupňů volnosti soustavy. V rovnici (23) je $\boldsymbol{\eta}$ libovolný virtuální posuv, takže musí platit soustava rovnic rovnováhy převedená do tvaru $\mathbf{g}(\mathbf{v}) = \mathbf{0}$; jsou to algebraické rovnice, nelineární v proměnných sestavených do vektoru \mathbf{v} .

V rovnici (22) je třeba nahradit $\boldsymbol{\sigma}^h$ např. podle zákona (9) pro hyperelastický materiál závislostí na vektoru \mathbf{v} uzlových posuvů. K tomu je nutné vypočítat levý Cauchyho - Greenův tenzor $\mathbf{b} = \mathbf{F} \mathbf{F}^T$. Protože v okamžité konfiguraci známe pouze polohový vektor \mathbf{x} , nemůžeme přímo počítat materiálový deformační gradient. Musíme vypočítat nejprve inverzi \mathbf{F} , pro kterou v oboru $\phi(B)$ platí:

$$\mathbf{F}^{-1} = \mathbf{I} - \text{grad } \mathbf{u} .$$

Zde $\text{grad } \mathbf{u}$ značí prostorový gradient posuvů. Po úpravě dostaneme \mathbf{b} ve tvaru sloupcové matice

$$\mathbf{b}^h = \begin{Bmatrix} b_{11} \\ b_{22} \\ b_{12} \end{Bmatrix}^h = J^h \left\{ \begin{array}{l} (1-N_{I,2}v_{I2})^2 + (N_{I,1}v_{I2})^2 \\ (1-N_{I,1}v_{I1})^2 + (N_{I,2}v_{I1})^2 \\ (1-N_{I,2}v_{I2})(N_{I,1}v_{I2}) + (1-N_{I,1}v_{I1})(N_{I,2}v_{I1}) \end{array} \right\} \quad (24)$$

Přitom

$$J^h = \det \mathbf{F}^h = [(1-N_{I,1}v_{I1})(1-N_{I,2}v_{I2}) - (N_{I,2}v_{I1})(N_{I,1}v_{I2})]^{-1} .$$

Tím je dáno \mathbf{b} v závislosti na posuvech uzlů \mathbf{v}_I , takže z rovnice (9) lze vypočítat Cauchyho napětí. Se zavedením vektoru $\mathbf{e} = \{1, 1, 0\}$, který představuje jednotkový tenzor, vyjde^{x)}

x) Symboly \mathbf{e} , \mathbf{E} zde mají jiný význam než v rov. (3), (5). (pozn. překl.).

$$\boldsymbol{\sigma}^h = \lambda \frac{1}{J^h} \ln(J^h) \mathbf{e} + \mu \frac{1}{J^h} (\mathbf{b}^h - \mathbf{e}) . \quad (25)$$

Nyní už lze napsat maticový tvar tenzoru elastických modulů (17) pro přírůstky napětí. S jednotkovou maticí \mathbf{E} dostaneme

$$\mathbf{c}^h = \lambda \frac{1}{J^h} \mathbf{e} \mathbf{e}^T + \frac{1}{J^h} [\mu - \lambda \ln(J^h)] \mathbf{E} . \quad (26)$$

Pro Newtonův - Raphsonův algoritmus potřebujeme lineárizovat vztah (22). S maticemi

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}}^h = \begin{bmatrix} \tilde{\sigma}_{11} & \tilde{\sigma}_{12} \\ \tilde{\sigma}_{21} & \tilde{\sigma}_{22} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}_I = \begin{Bmatrix} N_{I,1} \\ N_{I,2} \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

dostaneme linearizací (22), viz také (16), tečnou matici tuhosti elementu Ω_e v bodu $\bar{\mathbf{v}}$; bude

$$Dg_e^h(\bar{\mathbf{v}}, \boldsymbol{\eta}) \Delta \mathbf{v} = \sum_{I=1}^4 \sum_{J=1}^4 (\boldsymbol{\eta}_I^h)^T \cdot \int_{\phi(\Omega_e)} \{(\mathbf{G}_I^T \hat{\boldsymbol{\sigma}} \mathbf{G}_J) \mathbf{I} + \mathbf{B}_I^T \mathbf{c}^h \mathbf{B}_J\} d\Omega \Delta \mathbf{v}_K . \quad (27)$$

Sestavením elementárních matic tuhosti (27) získáme globální tečnou matici tuhosti \mathbf{K}_T

$$\boldsymbol{\eta}^T \mathbf{K}_T \Delta \mathbf{v} = \boldsymbol{\eta}^T \bigcup_{e=1}^{n_e} Dg_e^h \Delta \mathbf{v}_e . \quad (28)$$

Tím je ukončena diskretizace pomocí konečných prvků. V dalším odstavci popíšeme metodu řešení vzniklé soustavy nelineárních algebraických rovnic.

2.1.3 Algoritmus řešení nelineárních úloh. Příklad

Pro řešení nelineárních úloh s konečnými prvky se osvědčila Newtonova metoda. Krátce ji zde probereme, přičemž rovnici (23) rozepíšeme tak, aby vektor \mathbf{P} obsahoval všechny vnější síly. Ten ještě vynásobíme parametrem zatížení λ , takže bude

$$\mathbf{g}(\mathbf{v}, \lambda) = \mathbf{R}(\mathbf{v}) - \lambda \mathbf{P} = \mathbf{0}. \quad (29)$$

Známe-li linearizaci vztahu (29), viz (28), můžeme použít Newtonova postupu, který spočívá v posloupnosti řešení linearizovaných soustav rovnic a který vykazuje v blízkosti řešení kvadratickou konvergenci. Pro zadaný parametr zatížení se najde potřebný algoritmus v tab. 1.

Tab. 1. Algoritmus Newtonovy metody

* Dosad počáteční hodnoty $i = 0$, $\mathbf{v}_0 = \mathbf{0}$.

* Iterační smyčka

$$1) \text{ Přírůstky posuvů: } \mathbf{K}_T(\mathbf{v}_i) \Delta \mathbf{v}_i = -\mathbf{g}(\mathbf{v}_i, \bar{\lambda})$$

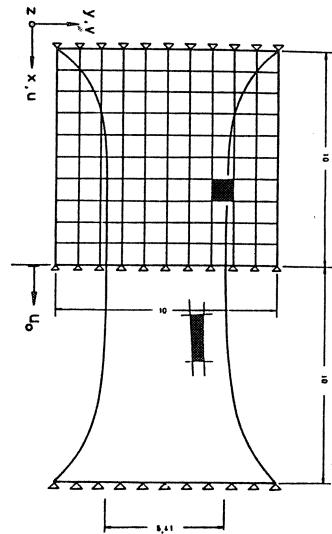
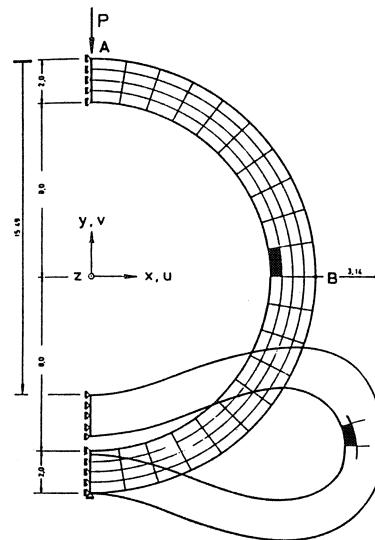
$$2) \text{ Nové celkové posuvy: } \mathbf{v}_{i+1} = \mathbf{v}_i + \Delta \mathbf{v}_i$$

3) Zkoumání konvergence:

$$\|\mathbf{g}(\mathbf{v}_{i+1}, \bar{\lambda})\| \begin{cases} \leq TOL & \rightarrow \text{STOP} \\ > TOL & \rightarrow \text{dosad } i = i + 1, \text{jdi na 1)} \end{cases}$$

V algoritmu uvedeném v tab. 1 se použije vždy aktualizovaná tečná matice tuhosti \mathbf{K}_T . U rozsáhlých úloh může být účelné nepočítat tuto matici tuhosti v každém kroku nebo počítat ji jenom přibližně. K tomu existuje mnoho způsobů, o nichž se zmíníme ještě v odst. 3.1. Jako příklad numerické simulace vycházející z uvedených teoretických a numerických podkladů ukážeme dvě tělesa, která vykazují velké deformace. Obr. 4a znázorňuje prstenec (modul pružnosti $E = 168\ 000 \text{ MPa}$, Poisso-novo číslo $\nu = 0,4$), který je na horním okraji zatížen osmělou silou. Při velikosti této síly $P = 264 \text{ kN}$ se dosáhne

zakresleného deformovaného stavu, který byl vypočítán s jediným přírůstkem zatížení a s 11 newtonskými iteracemi; viz Lengnick (1988).



Obr. 4a Systém a deformace hyperelastického prstence

Obr. 4b Systém a deformace desky z hyperelastického materiálu

Obr. 4b ukazuje desku (modul pružnosti $E = 168\ 000 \text{ MPa}$, Poisso-novo číslo $\nu = 0,4$), která je tažena v rovině v jednom směru. Při 100% prodloužení vzniká znázorněný deformační stav se zúžením ve střední části. Deformace byly opět vypočteny v jednom kroku, přičemž požadované přesnosti řešení se dosáhlo po 11 iteracích.

2.2 Stabilita týčí a skořepin

Řešení stabilitních problémů je dalším příkladem v rámci počítačové mechaniky, který ukazuje, jak numerické metody ovlivňují teoretické modely. Formulace úlohy, jakož i výpočty de-

formačních charakteristik v pokritických oblastech namáhání s velkými posuvy a rotacemi vedly opět k návrhům speciálních algoritmů schopných sledovat křivky a také k vývoji tzv. geometricky přesných teorií, které jsou v rámci kinematických přepokladů exaktní. Je však třeba se zmínit o tom, že se v technických aplikacích často používají modely schopné správně popsat deformační stav pouze v omezeném rozsahu. Jako příklad lze uvést teorie skořepin s mírnými rotacemi, které jsou schopny popsat otočení asi do 8 stupňů.

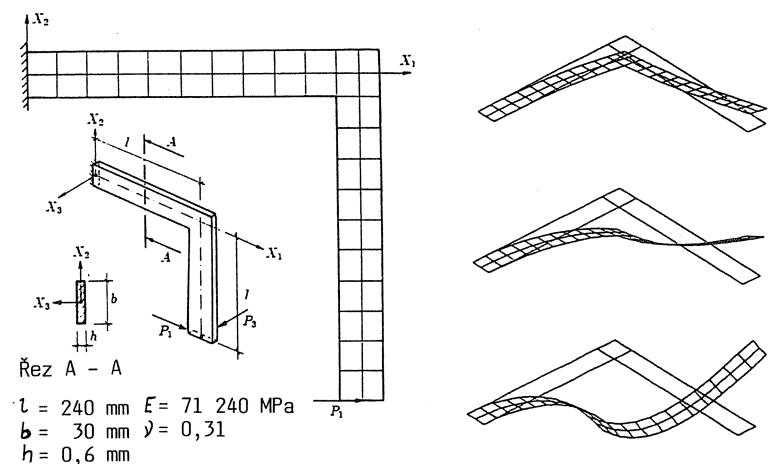
Nejprve je třeba něco říci o konstrukci konečných prvků pro skořepiny, pak bude následovat popis algoritmů užívaných k řešení stabilitních úloh ve stavební mechanice.

Z hlediska teoretických základů lze v podstatě rozeznávat dvě obecné koncepce k numerickému řešení úloh o skořepinách. Prvky lze vyvíjet jednak na bázi teorií skořepin (klasické pojetí), jednak je lze formulovat přímo užitím trojdimentionální teorie (degeneraci). Uvnitř klasického pojetí jsou možné opět různé postupy. Záleží např. na volbě kinematických předpokladů nebo na volbě vektoru otočení. Rozlišujeme teorie skořepin smykově tuhých (Kirchhoff - Love) a smykově poddajných (Reissner - Mindlin). Zatímco první teorie vede k snaze zpracovatelným soustavám diferenciálních rovnic, má posledně jmenovaná teorie určité výhody při numerických výpočtech, vyžaduje se totiž pro interpolační funkce C^0 - spojitost místo C^1 - spojitosti, stačí tedy spojitost v poli posuvů. To podstatně usnadňuje konstrukci "násadových" funkcí při formulaci konečných prvků. S touto volbou jsou však spojeny i nedostatky, o nichž pojednáme později.

V principu bychom mohli skořepinovou konstrukci diskretizovat i trojdimentionálními prvky pro kontinuum. Tento postup však bez dalších opatření vede k jevu tzv. "uzamknutí". Tomu lze předejít metodou degenerace, která nevyžaduje žádnou speciální teorii skořepin. Při této formulaci se diskretizují přímo rovnice trojzrozměrného pole a předpoklad skořepiny se uplatní teprve v procesu diskretizace.

V posledních letech se v pojednáních o problémech skořepin s velkými posuvy a rotacemi dává přednost degenerovaným prvkům.

Avšak formulováním teorií geometricky exaktních, smykově pružných skořepin, viz např. Libai, Simmonds (1984) nebo Reissner (1982), pro velké rotace a jejich MKP approximaci, viz Gruttmann (1988), se konečné prvky odvozené z teorií skořepin staly znova schopné konkurence. Jako příklad zde uvedeme vyboulení desky ve tvaru úhelníku z roviny, v níž působí zatížení (obr. 5). Přitom vznikají v pokritické oblasti velké rotace, jak je z obrázku patrné.



Obr. 5 Systém a deformační stavy desky ve tvaru úhelníku

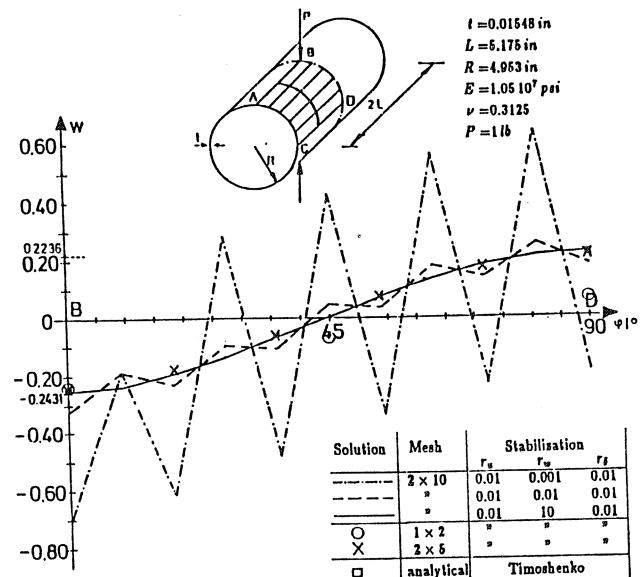
Jev "uzamknutí", který nastává u všech C^0 - prvků, se projevuje tím, že vzniká nechtěné vyztužení konstrukce, při němž nabývají buď posuvy nebo rotace příliš malých hodnot. U skořepin rozeznáváme smykové a membránové uzamknutí. V literatuře byly navrženy různé způsoby, kterými lze tento jev ovládnout, ale zcela uspokojivé řešení nebylo dosud nalezeno.

Nejrozšířenější metodou je redukovaná integrace. Přitom se všechny výrazy v matici tuhosti "podintegrují".^{x)} Tento způsob

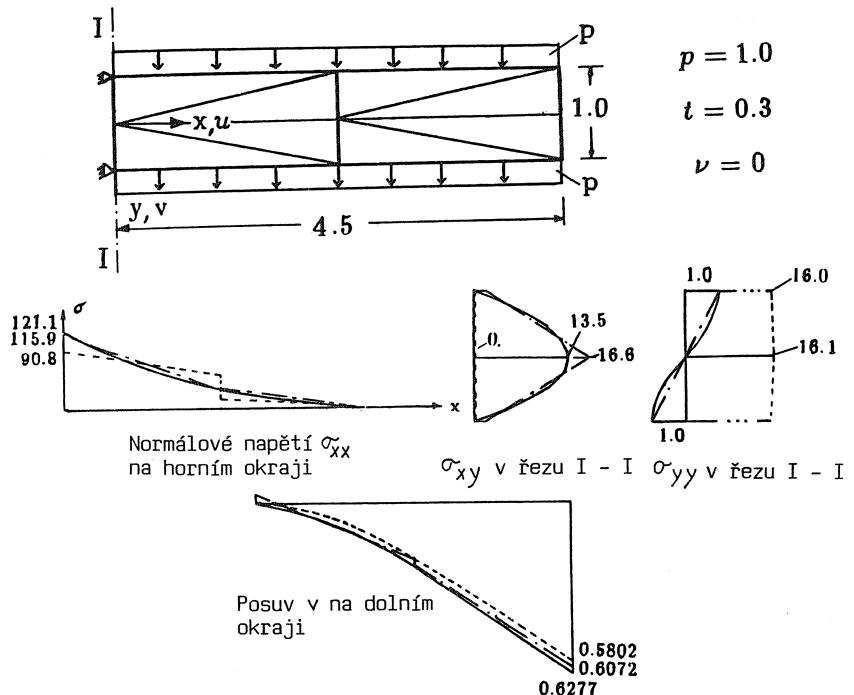
x) K integraci se použije menšího počtu Gaussových bodů, než jaký odpovídá požadavku přesné integrace daného polynomu (pozn. překl.).

je sice velice efektivní, ale má nedostatek v tom, že kromě stavů odpovídajících absolutně tuhému tělesu se mohou vyskytnout další "nepravé" (spurious) posuvové stavy. O možnostech potlačení těchto nepravých módů pojednáme na konci odstavce. Určitou modifikací redukované integrace je selektivní redukovaná integrace, u níž se redukované integraci výrazů v maticích podrobují jen speciální části. Tento způsob není zvlášť efektivní. Nelze při něm vyloučit možné snížení hodnosti matice a s tím spojený vznik nepravých módů. Způsoby redukované a selektivní redukované integrace jsou úzce spjaty se smíšenými formulacemi, viz Malkus a Hughes (1983), a vedou zčásti ke stejným maticím. Z tohoto důvodu je třeba dbát u těchto metod, aby byly splněny stabilitní podmínky pro smíšené prvky (podmínka LBB).

Při aplikaci metody redukované integrace vznikají nepravé módy tím, že se příliš sníží hodnost matice. Jednoduchá odpomoc při tomto snížení hodnosti spočívá v konstrukci stabilizačních matic, které se skládají z vlastních vektorů vnitřních mechanismů, viz Belytschko, Tsai (1983). Tento postup byl aplikován například u válce s volnými okraji, znázorněného na obr. 6; viz Wagner (1988).



Obr. 6 Válec s volnými okraji zatížený osamělými silami



Obr. 7 Systém, napětí a posuvy krakorcové desky

Válec je zatížen na opačných stranách dvěma osamělými silami. Z průběhu průhybu w po obvodu v rovině zatížení je patrné, že velice záleží na volbě stabilizačních parametrů. Právě pro tuto závislost řešení na volbě stabilizačních parametrů není ani tato metoda zcela uspokojující, přestože je velice efektivní; při redukované integraci elementárních matic se i při následné stabilizaci vyžaduje méně operací než při plné integraci.

Kromě těchto principiálních metod existují ještě jiné postupy, při nichž se např. aplikují speciální pole poměrných deformací, aby se předešlo efektům uzamknutí a možným snížením hodnosti. O dalších slibných způsobech konstrukce konečných prvků založených na smíšených principech pojednává např. Arnold, Bézzi a Douglas (1984). Numericky vyšetřoval tyto prvky Rolfes (1989). Obr. 7 poskytuje srovnání takovýchto smíšených prvků pro čistě membrá-

nové úlohy. Znázorněná krakorcová deska, vlevo veknutá, je zatížena rovnoměrně rozdelenou silou. Je zřejmá dobrá approximace napětí i posuvů. Je zajímavé, že - na rozdíl od čistě posuvové metody - zde vznikají na hranicích prvků skoky v posuvech (čerchovaná čára), kdežto napětí jsou spojité. Tečkovaná čára znázorňuje řešení získané se šestiuzlovým posuvovým prvkem, jehož chování je pochopitelně opačné.

Pro nelineární (statické) úlohy stavební mechaniky je zpravidla důležité určit vztah mezi zatížením - to zde představuje zatěžovací parametr λ - a stavem posuvů pro celou oblast zatěžování, nikoli jen po bodech. Přitom se může ukázat libovolná, nikoli nutně jednoznačná závislost mezi zatěžovacím parametrem a velikostí posuvu. K výpočtu tohoto globálního chování se používá přírůstkově - iterativní strategie řešení. Připojením vhodné vedlejší podmínky získáme vliv na to, jak probíhá řešení, viz např. Riks (1972), Rheinboldt (1981). Obecně lze definovat rozšířenou sadu rovnic takto:

$$\tilde{\mathbf{G}}(\mathbf{v}, \lambda) = \begin{Bmatrix} \mathbf{G}(\mathbf{v}, \lambda) \\ f(\mathbf{v}, \lambda) \end{Bmatrix} = \mathbf{0}, \quad (30)$$

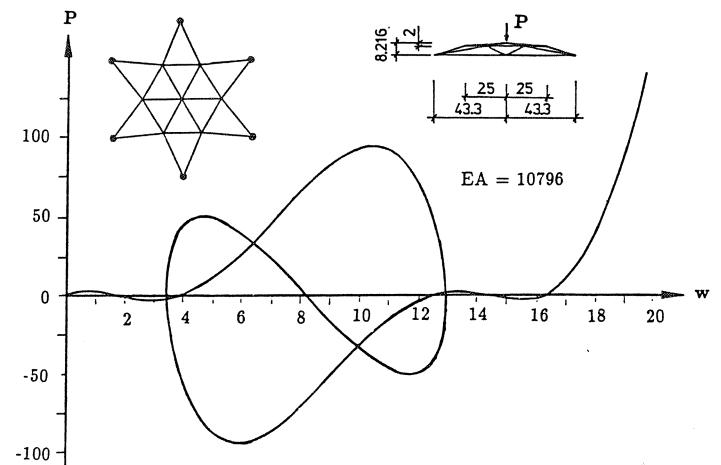
kde $f(\mathbf{v}, \lambda)$ je vedlejší podmínka, kterou potřebujeme určit. Algoritmy vycházející z tohoto konceptu se často označují jako postupy sledující křivky. Linearizace rozšířené soustavy rovnic (30), potřebná v rámci Newtonovy metody, vede k nesymetrickému systému rovnic. Ten se obvykle řeší s použitím metody rozdelení. Existuje mnoho variant, které se v podstatě liší jen formulací vedlejší podmínky. Tímto způsobem můžeme nyní sledovat trajektorii řešení (28), a to i tehdy, vznikají-li mnohoznačnosti nebo překročíme-li singulární body.

Výpočet singulárních bodů je další důležitý aspekt nelineární stabilitní analýzy konstrukcí. Proto je nutné připravit pro taková vyšetřování vhodné a efektivní postupy. V rámci sledování křivek se ztráta stability vyšetřovaných konstrukcí zkoumá jako "průvodní" jev.

Máme-li zájem na přesnějším výpočtu singulárních bodů, musíme zavést do přírůstkově - iterativního procesu další opatře-

ní. Jednoduchá je metoda půlení k přesnějšímu určení singulárních bodů. Tento postup se propaguje i v matematické literatuře, viz např. Keller (1977), pokud není třeba vypočítat singulární bod přesně. Předpokladem pro tento algoritmus je, že v průběhu sledování křivky máme možnost obrátit zatížení, jakož i měnit délku oblouku.

Další metoda umožnuje na jedné straně přímo vypočítat singulární body, na druhé straně zajistit přitom kvadratickou konvergenci, viz např. Wriggers, Wagner a Miehe (1988). V zásadě je třeba zachovat přírůstkově - iterativní postup. V blízkosti singulárních bodů se přejde k iterativnímu postupu, při němž rozšíříme dosavadní rovnice o dodatečné informace, které popisují nestabilní chování. Za kritérium lze vzít vymízení vlastní hodnoty v singulárním bodě. Jako příklad přímého určení singulárních bodů s takto rozšířenou soustavou rovnic uvedeme prostorovou prutovou konstrukci, pro niž je na obr. 8 znázorněna deformační charakteristika primárního řešení, která je i v tomto jednoduchém případě složitá. Výpočet bodů přeskoku a rozdvojení proběhl pořadaným algoritmem.



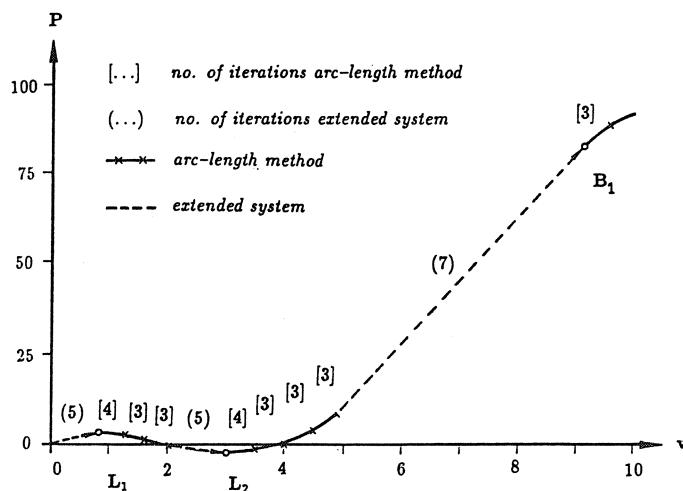
Obr. 8 Prostorová prutová soustava

Studium konvergence při výpočtu bodu prvního přeskoku umožňuje tab. 2. Vývoj normy $\|g\|$ vykazuje kvadratickou konvergenci.

Tab. 2 Průběh konvergence při výpočtu bodu přeskoku

Iterace	1	2	3	4	5
$\ g\ $	$8,93 \cdot 10^1$	$6,47 \cdot 10^{-1}$	$4,95 \cdot 10^{-3}$	$3,74 \cdot 10^{-7}$	$1,66 \cdot 10^{-14}$
λ	5,898	3,584	3,408	3,407	3,407

Obr. 9 ukazuje počet iterací při metodě obloukových délek a při iterování rozšířené soustavy až k prvnímu bodu rozdvojení (B_1). Zde se ukazuje, že kombinované použití metody obloukových délek a metody spočívající na rozšířené soustavě umožňuje velmi efektivně stanovit deformační charakteristiky s přímým výpočtem singulárních bodů.

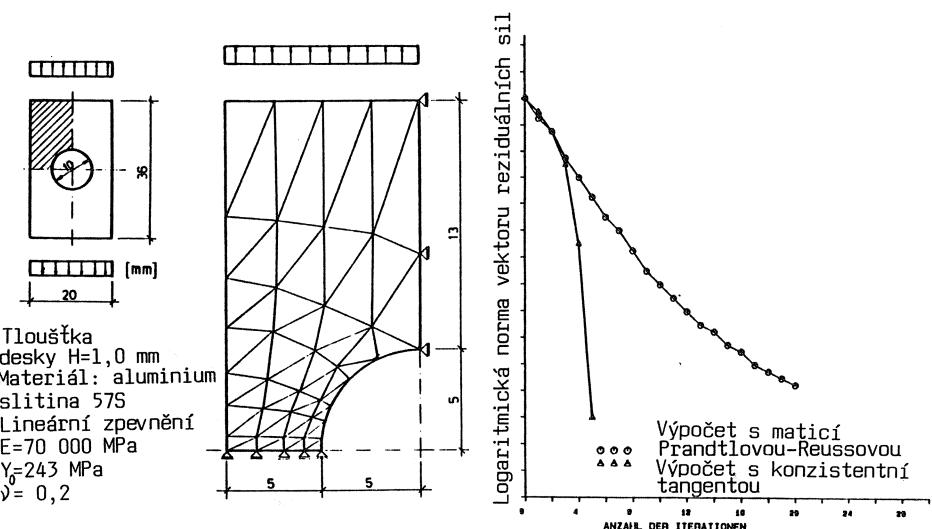


Obr. 9 Přírůstkově iterativní strategie k určení singulárních bodů

- 26 -

2.3 Neelastické materiálové modely

V tomto odstavci probereme numerické postupy vhodné k výpočtům elasticko-plastických deformací. Rozeznáváme explicitní a implicitní postupy integrace nelineárních materiálových zákonů. Ještě před 10 lety se používaly hlavně explicitní metody, ale dnes se prosadily postupy implicitní. Implicitní postupy, např. tzv. radial - return metoda, jsou výhodné proto, že dovolují zvolit velký integrační krok. Volba tohoto kroku přestává záviset na integračním postupu a je určována fyzikou, tj. závislostí na historii trajektorie řešení. Uplatní-li se tento integrační proces, pak klasický Prandtlův - Reussův tenzor nepředstavuje ve smyslu Newtonovy metody žádnou konzistentní tečnu. Odpovídající konzistentní tečnová formulace založená na implicitním integračním postupu byla vyvinuta teprve v posledních letech, viz Simo, Taylor (1985). Zajímavé je, že konzistentní tečnový tenzor se až na skalární faktory nelší od tečny pro kontinuum. To si vynucuje velmi malý přídavný výpočet. Následující příklad však ukáže podstatné zlepšení konvergence, takže se příslušná analýza vyplatí.



Obr. 10 Deska s kruhovým otvorem, průběh konvergence

- 27 -

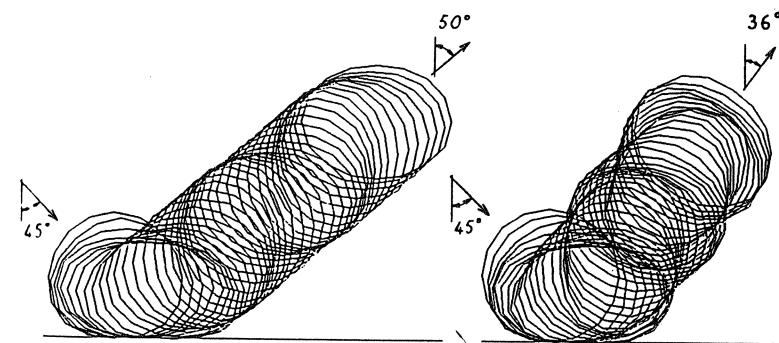
Budeme vyšetřovat desku z aluminia s kruhovým otvorem, namáhanou tahem ve stavu rovinné napjatosti; viz Gruttmann, Stein (1988). Vzhledem k symetrii je diskretizována jen čtvrtina desky. Použijeme lineární trojúhelníkové konečné prvky pro posuvy. Diskretizace, soustava prvků a data jsou zřejmé z obr. 10. V tomto příkladu se předpokládá geometrická linearita. Obr. 10 ukazuje srovnání rovnovážných iterací v jednom zatěžovacím stupni s použitím konzistentní tečny a tečny pro kontinuum. Ze srovnání je jasné, že konzistentní tečna vede k podstatně lepší konvergenci. Dává řešení ještě i tam, kde tečna pro kontinuum při předepsaném přírůstku zatížení selhává. Tak se ukazuje, že při aplikaci konzistentní matice lze použít větších výpočetních kroků. Kromě toho dává konzistentní formulace efektivnější výpočtové procesy, což je zřejmé z celkového počtu iterací.

2.4 Řešení kontaktních a rázových úloh

Kontaktní a rázové úlohy zaujmají další oblast v technických aplikacích. Vyznačují se tím, že mezi tělesy vytváří dotyková plocha, silně závislá na geometrii a na materiálových vlastnostech těles. Formulace takových úloh představují náročnou a mnohostrannou oblast počítačové mechaniky. Pod tímto tématem se skrývají geometrické i fyzikální nelinearity, jsou zde i vedlejší nelineární podmínky ve tvaru nerovností, spolu s tím je třeba si osvojit i školní algoritmy k nalezení oblastí dotyku a formulovat je tak, aby byly efektivní. Jen tak lze obstarat při řešení složitých technických aplikací.

Jako příklad složitých technických aplikací jmenujme simulace nárazů. V podstatě rozlišujeme kontakt se třením nebo bez tření. Protože zákon tření není asociativní, není možný klasický postup jako v případě bez tření, tj. nelze formulovat úlohu o extremlá s vedlejšími podmínkami ve tvaru nerovností, a je třeba se vrátit k principu virtuálních posuvů (11). Přesto lze použít implicitních integračních postupů obdobně jako u elasticko-plastických materiálových zákonů. To umožnuje v rámci počítačové mechaniky efektivní výpočet s Newtonovým procesem uvnitř časového kroku.

Průběh rázu s proměnlivým kontaktem mezi tělesy vysvětlíme na jednoduchém příkladu, viz Vu Van (1989). Uvažujme elástický prstenec, který dopadá pod úhlem 45° na tuhou rovinu. Obr. 11 ukazuje průběh pohybu prstence pro případ kontaktu bez tření a se třením. Prstenec je nahrazen soustavou konečných prutových prvků.

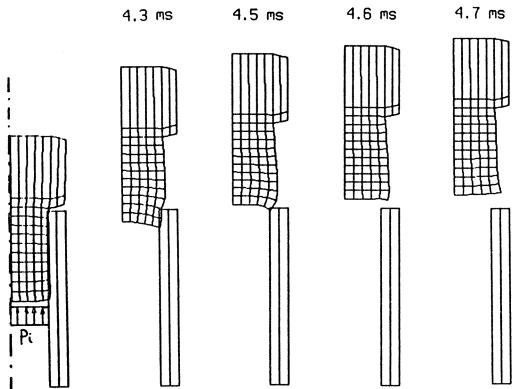


Obr. 11 Ráz kruhového prstence na tuhou rovinu
(se třením a bez něho)

Materiálové parametry prstence byly zvoleny tak, aby se za kontaktu s tuhou rovinou projevila zřetelná deformace.

Pohyb po dopadu na hladkou podložku lze popsát jako translační se superponovaným kmitáním do oválných tvarů. Energetický podíl těchto kmitů je tak velký, že úhel odrazu činí asi 50° . V případě tření mezi prstencem a rovinou nastává kromě translace ještě rotace a úhel odrazu je 36° .

Dalším příkladem je otvírání láhvě se sektem, znázorněné na obr. 12. Při numerické simulaci je korek nejprve stlačen do hrdu láhvě, což se řeší jako čistě kontaktní úloha. Pak nastává pohyb korku působený rostoucím přetlakem P_i , přičemž tření na stěně zprvu brání vystřelení korku. Po překročení kritického tlaku se korek zrychluje a vyletí po době 4,6 ms z láhvě.



Obr. 12 Otvírání láhve sektu

2.5 Optimalizace konstrukcí

Stanovení problému

Cílem, který inženýr neustále sleduje, je omezená optimalizace celkové úlohy s přihlédnutím ke všem vedlejším podmínkám, a tím i k bezpečnosti a provozuschopnosti. Podle svých zkušeností a znalostí nalézá zpravidla řešení, která se od výpočtového optima liší asi o 5 až 20 %. Ve stavební mechanice bývá cílovou funkcí nejčastěji hmotnost. Lze však sledovat a zvážit i několik cílů, které můžeme do výpočtu zahrnout pomocí vektorové optimalizace, např. minimální hmotnost a maximální základní vlastní frekvenci. Důležitou - a často nejdůležitější - cílovou funkcí jsou náklady, které si přejeme minimalizovat. Toto minimum však nebývá totožné s mínimem hmotnosti, neboť tomu brání výrobní náklady, např. ve stavbě inženýrských konstrukcí. Proto byla optimalizačním postupům právě ve stavebnictví věnována ještě před několika lety pramalá pozornost.

U tenkostěnných konstrukcí, u nichž hrozí boulení, je třeba přihlédnout i k nelineárním vedlejším podmínkám stability částí konstrukce i celého systému, s uvážením vlivu odchylek od geometrie a zatížení. Oproti způsobu dimenzování vycházejícího z li-

neárni teorie pružnosti se využívají rezervy systému a materiálu, a to tak, že se zaměřujeme na stav, při němž konstrukce selhává. Proto je třeba u ohybově namáhaných, staticky neurčitých konstrukcí uvážit plasticitu tvárných materiálů jako další nelineární vedlejší podmínku. Zpravidla jde o stavební ocel. Zplastizování lze využít při jednorázovém zatížení, ale také při proměnných zatíženích při nízkocyklové únavě (do 10^4 cyklů zatížení), nikoli však ve vysokocyklové oblasti. Proto je u mnoha částí letadel a aut směrodatné pouze namáhání vypočtené pro elastický materiál.

Optimalizace konstrukcí, má-li získat převahu nad přímým řešením, musí proto pracovat s nelineárními cílovými funkcemi a nelineárními vedlejšími podmínkami. Mimo to je známo, že citlivost cílové funkce na nedokonalosti konstrukčních proměnných je v optimalizačním bodě největší. To může vést k podstatné redukcii optimálního řešení. Příkladem může být náhlý pokles síly působící na axiálně stlačovanou tenkostěnnou válcovou rotační skořepinu po dosažení kritického zatížení.

Tak vznikají nelineární optimalizační problémy, v nichž jako kvantifikovatelné konstrukční proměnné přicházejí v úvahu materiálové konstanty, rozměry (např. tloušťky plechů, velikosti profilů) a geometrické parametry. Při analýze konstrukce a její citlivosti musíme brát ohled i na její nedokonalosti. Je třeba poznámenat, že dosud není možné začlenit do optimalizačního procesu i kvalitativní popis konstrukce např. užitím topologických parametrů.

2.5.1 Matematická formulace

Hledáme $\min f(\mathbf{x})$ pro skalární cílovou funkci v závislosti na $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ a "konstrukčních proměnných" x_i s vedlejšími podmínkami

$$\begin{aligned}\bar{x}_i^d &\leq x_i \leq \bar{x}_i^h \quad \text{pro } i = 1, \dots, n \\ g_j(\mathbf{x}) &\geq 0 \quad \text{pro } j = 1, \dots, k \\ h_l(\mathbf{x}) &= 0 \quad \text{pro } l = 1, \dots, m\end{aligned}$$

Podmínky rovnováhy h_l jsou většinou splněny už při analýze konstrukce. Pro Lagrangeovu funkci

$$L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\lambda}) = f(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\mu}^T g(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\lambda}^T h(\mathbf{x})$$

s lagrangeovskými multiplikátory μ a λ řešíme úlohu o sedlovém bodu

$$\sup_{\mu \in R_+^k, \lambda \in R^m} L(x, \mu, \lambda) = \begin{cases} f(x) & \text{pro } x \in G \\ 0 & \text{pro } x \notin G \end{cases}$$

Je-li (x^*, μ^*, λ^*) sedlový bod L , pak x^* je optimální bod výchozí úlohy.

Příslušné Kuhnovy - Tuckerovy podmínky jsou

$$\begin{aligned} \nabla f(x) + \mu^T \nabla g(x^*) + \lambda^T \nabla h(x^*) &= 0, \\ \mu^T g(x^*) &= 0, \\ \mu &\geq 0, \\ g(x^*) &\geq 0, \\ h(x^*) &= 0. \end{aligned}$$

Kuhnovým - Tuckerovým podmínkám lze přisoudit význam popisu kontaktní úlohy pro elasticke těleso bez tření s jednostranným omezením, přičemž $f = \Pi$ (Π je celková potenciální energie).

Kuhnovy - Tuckerovy podmínky pak představují postupně slabou formu rovnice rovnováhy, podmínu kontaktu, podmínky pro napětí v kontaktu a vzdálenosti, jakož i geometrické okrajové podmínky na odpovídající části okraje.

2.5.2 Algoritmy

K řešení optimalizačního problému přicházejí v úvahu tyto metody:

- a) stochastické metody (např. metoda Monte Carlo)
- b) evoluční strategie
- c) vyhodnocování funkcí (podíly diferencí přibližně nahrazují gradienty)
- d) gradientová metoda
- e) metody podobné gradientové (např. kvazi-Newtonova nebo Newtonova metoda)

S úspěchem se dnes aplikují postupy AQD (sekvenční kvadratická optimalizace), např. verze Schittkowského (1981). Zde se určuje pokaždé nový směr řešením kvadratického subproblému.

Délka kroku se u metody BFGS určuje neexaktním "line search" podle Armiji.^{x)} V posledním čase se místo kvazi-Newtonových metod přechází k čistě Newtonovým metodám.

2.5.3 Analýza citlivosti a diskretizace konstrukce konečnými prvky

Vztah mezi odevzdu konstrukce ψ a konstrukčními proměnnými \mathbf{x} je obecně popsán rovnicí

$$\psi = \psi(\mathbf{x}, \mathbf{v}(\mathbf{x})).$$

Zde ψ může být cílovou funkcí nebo vedlejší podmínkou, \mathbf{v} je vektor uzlových posuvů diskretizované soustavy v rámci MKP, který implicitně závisí na konstrukčních proměnných. Stane-li se, že Hessova matice K_T nezávisí na posuvových proměnných \mathbf{v} , můžeme tento vektor vypočítat z rovnice

$$K_T(\mathbf{x}) \mathbf{v} = \mathbf{P}(\mathbf{x}).$$

Odevzdu ψ lze určit jen rozborem citlivosti. Ta je dána gradientem

$$\frac{d\psi}{d\mathbf{x}} = \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{v}} \cdot \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{x}}.$$

Existují tři možnosti, jak vypočítat $d\psi/d\mathbf{x}$ v diskretizované konstrukci:

x) BFGS: Broyden - Fletcher - Goldfarb - Shabo (pozn. překl.).

xx) Autoři chápou výraz např. $\partial\psi/\partial\mathbf{x}$ jako řádkový vektor (na rozdíl od starší literatury, kde tomu bylo často naopak). Je-li k dimenze vektoru \mathbf{x} a n dimenze vektoru \mathbf{v} , pak $\partial\psi/\partial\mathbf{v}$ značí řádkový vektor typu $(1, n)$ a $\partial\mathbf{v}/\partial\mathbf{x}$ matici typu (n, k) . (Pozn. překl.)

1. Numerický výpočet podílů diferencí $\Delta \mathbf{v}/\Delta \mathbf{x} = \Delta(\mathbf{K}_T^{-1} \mathbf{P})/\Delta \mathbf{x}$. To je numericky náročné a nepřesné, lze to však snadno implementovat do stávajících KP programů jako "černou skříňku".
2. U semianalytických metod se approximuje matici tuhosti a pravá strana podílem diferencí $\Delta \mathbf{K}^e/\Delta \mathbf{x}$ na úrovni prvku nebo rozvojem v řady. K tomu je třeba vyhodnocovat mnoho funkcí. Tato metoda je součástí mnoha programů aplikovaných v praxi.
3. U analytických metod se derivace $\partial \psi / \partial \mathbf{x}$ získávají analyticky. Derivací předposlední rovnice podle \mathbf{x} a dosazením za $d\mathbf{v}/d\mathbf{x}$ do poslední rovnice dostaneme

$$\frac{d\psi}{d\mathbf{x}} = \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{v}} \mathbf{K}_T^{-1}(\mathbf{x}) \left(\frac{\partial \mathbf{P}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} - \frac{\partial \mathbf{K}_T(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{v} \right)$$

Tím se nabízí dvojice adjungovaných proměnných totiž "zatěžovací vektor" $\partial \psi / \partial \mathbf{v}$ a jemu přiřazený "vektor posuvů" Λ ; tak dostaneme soustavu rovnic

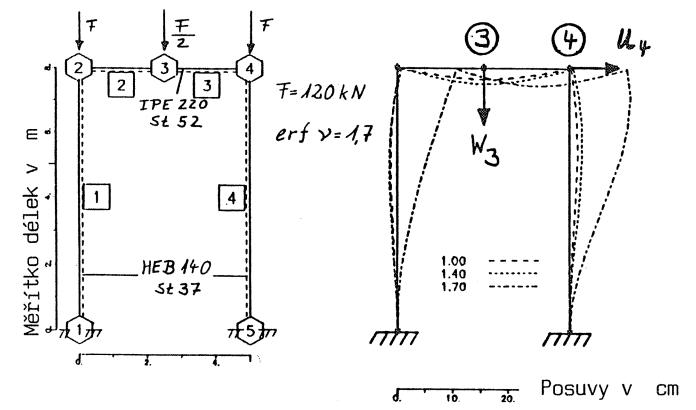
$$\mathbf{K}_T(\mathbf{x}) \Lambda = \left[\frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{v}} \right]^T,$$

kterou je třeba řešit se všemi vedlejšími podmínkami $\psi = g_j$; $j = 1, \dots, k$. g_j může být např. omezení pro napětí. Dosazením poslední rovnice do předposlední vyjde

$$\frac{d\psi}{d\mathbf{x}} = \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{x}} + \Lambda^T \left(\frac{\partial \mathbf{P}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} - \frac{\partial \mathbf{K}_T(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{v} \right).$$

Pro $k < n$, tj. když je méně vedlejších podmínek než konstrukčních proměnných, je tato metoda adjungovaných proměnných výhodná. K analytickému rozboru citlivosti byla uskutečněna optimalizace vzhledem k hmotnosti, přičemž jako vedlejší podmínky byly zavedeny stabilita a plastické klouby podle Melanovy teorie mezních stavů. Přitom se bral zřetel i k silovým interakcím v řezu, viz Becker et al. (1988). Za návrhové parametry bereme všecky rozmetry I - profilů z oceli St 37. Požaduje se bezpečnost $\gamma = 1,71$ proti meznímu stavu.

Následující tabulka ukazuje vliv imperfekcí (jako vlastních tvarů) na návrh.^{x)} Důležité je přitom vybočení z roviny rámu. Označíme-li hmotnost konstrukce podle věcně odůvodněného inženýrského návrhu jako 100 %, pak optimalizací bez zřetele k imperfekcím se hmotnost zredukuje na 53,4 %, avšak s bezpečností proti selhání pouze $\gamma = 0,31$ (počítáno s imperfekcemi vzhledem k tomuto stavu). S úplným a automatickým uvážením prostorových imperfekcí v analýze citlivosti dospějeme nakonec k hmotnosti 77,8 % inženýrského návrhu, samozřejmě při bezpečnosti $\gamma = 1,71$. Už po první iteraci jsou návrhové proměnné přesné na 85 %, po čtyřech iteracích na 99 %.



Nákres systému při různých stupních zatížení

Obr. 13 Startovací návrh a stav deformací ocelového rámu

x) Imperfekcemi (nedokonalostmi) se zde rozumí odchylky od ideálního geometrického tvaru (pozn. překl.).

Tab. 3 Konvergence při výpočtu bodu přeskoku

Provedení	Hmotnost	Míra bezpečnosti	
	v %	2 D	3 D
Startovací návrh	100	1,79	1,17
2D optimalizace	53,4	1,72	0,31
3D optimalizace	77,8	1,71	1,71

3. SOUČASNÝ VÝVOJ A JEHO SMĚRY

3.1 Algoritmy k řešení nelineárních úloh konstrukční mechaniky

K řešení nelineárních úloh konstrukční mechaniky existuje mnoho algoritmů a postupů. Stále se rozšiřují a zdokonalují. Uvedeme přehled několika typů úloh z počítačové mechaniky a také jejich algoritmické postupy:

* Lineární soustavy rovnic

- eliminační metody

Gaussova, popř. Choleského metoda, frontální metoda, eliminace po blocích a paralelní eliminační metody

- iterativní metody

metoda sdružených gradientů, superrelaxace

- multigridní metody x)

* Nelineární algebraické soustavy rovnic

- metoda pevného bodu

- Newtonova metoda

- kvazi-Newtonova metoda

- dynamická relaxace

- metoda sledování křivek

x) Pracuje se na dvou nebo několika sítích různě jemného dělení. Překlad "několikaúrovňová metoda" není zcela výstižný a raději se mu vyhýbáme. (Pozn. překl.)

* Časová integrace

- hyperbolické úlohy (dynamické úlohy konstrukční mechaniky)

- parabolické úlohy (vedení tepla, materiálové rovnice)

* Adaptivní zjemňování sítě

- geometricky závislé: à priori

- indikátory chyb: à posteriori

Podstatný podíl na efektivním řešení úloh z počítačové mechaniky mají programy k řešení rovnic. To spočívá jednak v tom, že při aplikaci metody konečných prvků vznikají velké soustavy rovnic, jednak v tom, že nelineární rovnice vedou v mnoha případech na posloupnost lineárních subproblémů. U malých a středně velkých sítí konečných prvků se osvědčily eliminační metody, avšak požadavek efektivního řešení velkých úloh posunul v posledním čase do pořadí iterativní způsoby řešení a zejména multigridní metodu.

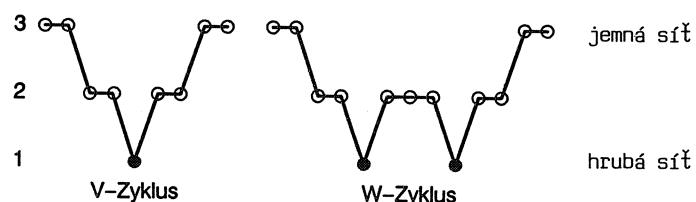
Efektivnost řešení nelineárních soustav rovnic závisí v podstatě na formulaci úloh. Tak např. pro úlohy malých rozměrů je velmi úsporná Newtonova metoda, protože vyžaduje jen malý počet iterací. U velmi rozměrných úloh však narůstá čas potřebný u této metody k faktorizaci matic natolik, že jiné metody, jako kvazi-Newtonova nebo metoda dynamické relaxace, vyžadují méně výpočetního času, a to i přes zřetelně větší počet iterací.

Pro rozsáhlé lineární i nelineární úlohy eliptického typu mají velký význam multigridní metody, protože vystačí - za předpokladu dobrých vlastností z hlediska vyhlazení jemně zvlněných chyb - s pouhými $O(n)$ operacemi. Tak zvaný "break-even - point" k monogridním metodám leží u dnešních výkonných profesionálních počítačů asi u 10^3 neznámých a u vysoko výkoných vektorových počítačů - podle velikosti jádra - asi u 10^4 neznámých; přitom se uplatňuje i mnoho jiných vlivů, např. šířky pásů.

V dalším textu krátce popíšeme pojetí a způsob řešení u multigridní metody, viz Brandt (1985), Hackbush (1985).

- * Předběžné vyhlazení. Jako vyhlazovací postupy na jemné síti přicházejí v úvahu SOR, SSOR, JOR, ILU. ^{x)}
- * Reziduum na jemné síti a přenos na hrubší síť. U nelineárních úloh je kromě toho třeba uvážit vektor řešení.
- * Řešení na hrubší síti, u nelineárních úloh např. Newtonovou metodou.
- * Přenos oprav na jemnou síť.
- * Dodatečné vyhlazení.

Na obr. 14 je znázorněno rozšíření popsané dvousíťové metody na multigridní metodu s obvyklými V- a W-cykly.



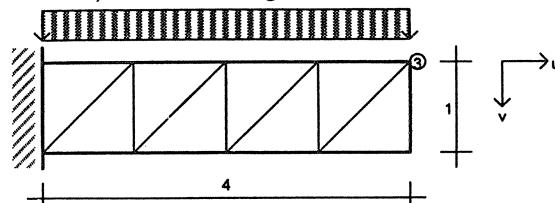
Obr. 14 V- a W-cyklus u multigridní metody

Nejčastěji se začíná s přibližným řešením na nejhrubší síti. Myšlenka několika sítí se často využívá k předběžné přípravě (Vorkonditionierung) CG metody.

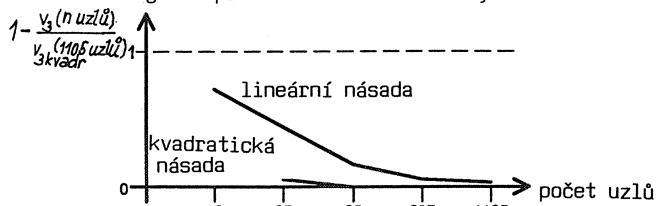
Je třeba poznamenat, že MG-metody byly aplikovány ^V sedmdesátých letech nejprve na Laplaceovy rovnice. Řešení úloh z teorie pružnosti následovalo teprve v osmdesátých letech, zejména pro desky v rovině (2D úlohy). Uvedeme k tomu příklad. Ukážeme krakorec, u něhož "uzamknutí" lineárních KP pro posuvy vede k špatnému výsledku řešení na hrubé síti, avšak tento ne-

x) Zkratky obvyklé v angl. lit., např. SOR = successive overrelaxation (pozn. překl.).

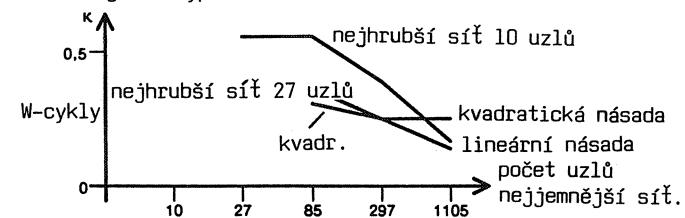
Soustava, zatížení a nejhrubší diskretizace



Konvergence přesného řešení soustavy rovnic



Konvergence výpočtu na několika sítích



Obr. 15 Srovnání lineárního a kvadratického rovinného prvku

dostatek zanikne užitím MG-metody s W-cykly. Ve srovnání s kvadratickou "násadou" pro KP se dosáhne dokonce s jemnější diskretizací lepší konvergence, neboť u zvoleného přenosu (lineární interpolací) vznikají menší chyby.

Pro desky a skořepiny jsou multigridní metody teprve na počátku vývoje. Je na tom ještě mnoho co zkoumat, neboť C^1 -prvky v rámci Kirchhoffovy - Loveho hypotézy jsou mnohoparametrické a problematické a favorizované C^0 -prvky vycházející z Reissnerovy - Mindlinovy hypotézy vykazují při multigridním postupu různé nedostatky. Velmi přitažlivá je také paralelizace výpočetních procesů u MG-metod.

U diskretizace má velký význam nejen přesnost (diskretizační chyba), ale také stabilita integrační metody. Pro časovou integraci rozeznáváme zásadně explicitní a implicitní diferenční metody. Při volbě metod k danému účelu je nutné si uvědomit, jak je která metoda schopna approximovat. Odchylka numerického řešení od přesného řešení je úzce spjata s volbou časového přírůstku. Čím větší je časový krok, tím je numerické řešení méně přesné. Časový krok však nemůže být příliš malý, má-li být řešení efektivní. Oběma těmto požadavkům lze vyhovět adaptivním řízením časového kroku. K tomuto účelu se omezuje hraniční velikost chyby pomocí indikátorů chyb; dále se musí zaručit stabilita. Lze ukázat, že určitá skupina implicitních metod je - nezávisle na velikosti časového kroku - bezpodmínečně stabilní. Explicitní metody však nemohou být nikdy bezpodmínečně stabilní, takže je vždy nutné určovat kritický časový krok s použitím analýzy vlastních hodnot. Působnost a důležitost těchto podmínek pro technické aplikace v oblasti počítačové mechaniky lze ukázat např. na numerické simulaci srážky automobilů. Zde je zpravidla zapotřebí asi 10 000 skořepinových prvků, má-li se approximovat geometrie nějaké karosérie, kromě zabudovaných dílců. Děj se přitom odehrává v rozsahu milisekund, avšak aplikace implicitních metod není u těchto úloh efektivní, protože se konstrukce velmi silně deformuje. U explicitních metod se zas v důsledku malých prvků musí volit velmi malé časové přírůstky, má-li řešení zůstat stabilní, takže se musí často počítat až s 10 000 časovými kroky. Takovéto simulace vyžadují i na tak velkých počítačích jako je Cray několik hodin výpočtového času. Pak ovšem má volba optimálního časového kroku podstatný význam.

3.2 Adaptivita, h - p metody

Postulát analýzy chyb a zlepšení konvergence u přibližných řešení, který je v numerické matematice samozřejmý, se dosud u velkých programových systémů pracujících s konečnými prvky neuplatnil. Přesto se však v praxi stále více požadují řešení s předepsanou přesností. Kromě toho se při stále širší

aplikaci metod požaduje jejich robustnost a spolehlivost s automatickými ukazateli, např. u špatně podmíněných soustav.

V dalším textu uvedeme na příkladu úlohy z lineární pružnosti pojetí přizpůsobení sítě na základě zhodnocení à posteriori, jak bylo vyvinuto Babuškou a Dorrem (1981). K chybě $\mathbf{e}^h = \mathbf{u}^h - \mathbf{u}$ posuvu naleží chyba šestidimensionálního vektoru napětí $\boldsymbol{\sigma}^h = \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}^h)$. Chyba energie je pak dána bilineární formou

$$a(\mathbf{e}^h, \boldsymbol{\eta}) = \int_{\Omega_{P_i}} (\boldsymbol{\sigma}^h - \boldsymbol{\sigma})^T D \boldsymbol{\eta} d\Omega,$$

přičemž $\boldsymbol{\eta}$ je virtuální posuv a D kinematický operátor (viz odst. 2.1.1.III). Ω_{P_i} představuje tzv. patch konečných prvků Ω_e . Projekce \mathbf{e}^h do prostoru $\tilde{H}_1|_{P_i} := \{\tilde{\boldsymbol{\eta}} \in H_1 | \tilde{\boldsymbol{\eta}} = 0, \text{ mimo } P_i\}$ jsou hledané indikátory chyb:

$$\|\gamma_i(\mathbf{e}^h)\|_E = \sup_{\tilde{\boldsymbol{\eta}} \in H_1|_{P_i}} \frac{|a(\mathbf{e}^h, \tilde{\boldsymbol{\eta}})|}{\|\tilde{\boldsymbol{\eta}}\|_E}$$

Podle Babušky a Rheinboldta (1978) pak existuje omezení shora i zdola

$$C_1 \sum_{i=1}^M \|\gamma_i(\mathbf{e}^h)\|_E^2 \leq \|\mathbf{e}^h\|_1^2 \leq C_2 \sum_{i=1}^M \|\gamma_i(\mathbf{e}^h)\|_E^2.$$

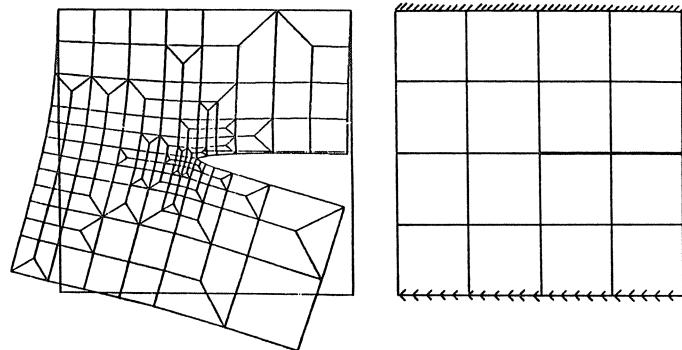
Pro okrajové úlohy 2. řádu lze pro estimátory najít vypočitatelný odhad

$$\|\gamma_i(\mathbf{e}^h)\|_E^2 = h_i \int_{\Omega_{P_i}} (\mathbf{L}\mathbf{v}_i^h + \mathbf{f})^T (\mathbf{L}\mathbf{v}_i^h + \mathbf{f}) d\Omega + h_i \int_{\partial\Omega_{P_i}} \mathbf{J}(\boldsymbol{\sigma}^h)^T \mathbf{J}(\boldsymbol{\sigma}^h) ds,$$

kde \mathbf{J} jsou skoky napětí přibližného řešení na okrajích prvků. U lineárních "násad" odpadnou integrály přes oblast; ty se však často při výpočtu estimátorů zanedbávají i u vyšších násad.

Obr. 16 ukazuje zhuštění čtyřúhelníkové sítě s přidanými trojúhelníkovými prvky pro 2D oblast s trhlinou zatíženou na okrajích smykkem, a to v deformované konfiguraci.

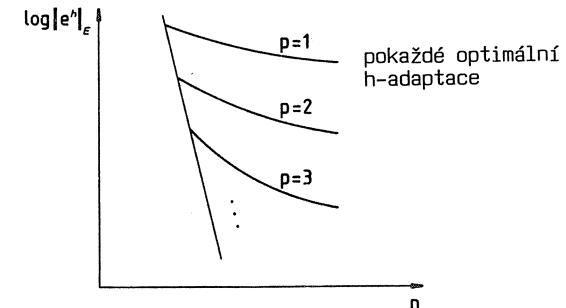
Existují i jiné návrhy pro estimátory chyb, např. maximální napětí, ty však nelze zdůvodnit. Nespočívají na asymptotických řešeních.



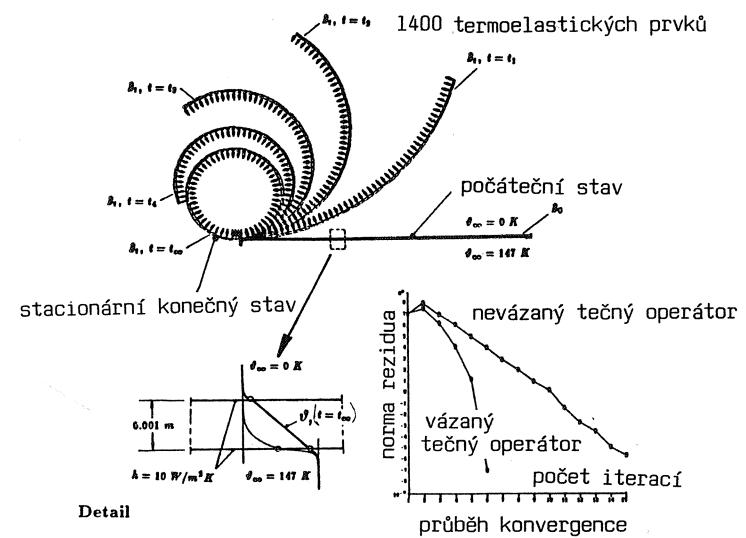
Obr. 16 Adaptivní zjemnění sítě v úloze o rozevření trhliny

Lze snadno nahlédnout, že samo zhuštění prvků - např. u "násady" nízkého stupně P - nevede ještě k dostatečné rychlosti konvergence, jde-li o silně koncentrace napětí. Navíc je třeba užitím zvláštní strategie zvýšit stupeň "násady", aby chom získali optimální řád konvergence. Následující principiální příklad ukáže takovou potřebu (obr. 17).

U nelineárních úloh (např. pro lokální nestability) je výzkum estimátorů chyb ještě v začátcích. Kromě úvah o chybách, které vycházejí z H_1 -normou, rozhodují o chybách nelineárních řešení i geometrická, popř. materiálová data.



Obr. 17 Chování h-p metody z hlediska konvergence



Obr. 18 Velké rotace vlivem tepelné expanze

3.3 Vázané problémy

V poslední době se při simulaci složitých úloh dostávají stále více do popředí vázané problémy. Tímto způsobem uvažování lze obecně lépe a úplněji pochopit fyzikální děje. Za příklady mohou sloužit vazby mezi konstrukcí a tekutinou při stavbě ochranných hrází nebo u potahů letadel. Významné jsou i termomechanické vazby, např. průběh ohřevu pneumatik za jízdy nebo vzrůst teploty při tváření a s tím spojené změny mechanických vlastností. V tomto odstavci blíže osvětlíme (jako příklad) termomechanickou vazbu u jedné úlohy.

Za termomechanickou vazbu u tělesa považujeme fyzikální děj, u něhož se teplota a deformace vzájemně ovlivňují. Na rozdíl od čistě mechanické úlohy o deformacích nebo čistě termické úlohy o sdílení a vedení tepla zde existuje nezadanbatelná vazba mezi příslušnými proměnnými. Termomechanický popis je žádoucí u mnoha technických úloh. Například pryžový plášť pneumatiky se zahřívá vlivem čistě mechanického namáhání. Tato vazba se zde projevuje tak, že vlivem mechanické disipace vzniká v materiálu teplo, přičemž odvod tohoto tepla je významně ovlivněn deformovanou geometrií.

Abychom mohli o těchto úlohách pojednat, rozšíříme rovnice mechaniky kontinua a materiálové rovnice o tepelný tok (Fourierův zákon). Diskretizace v rámci MKP zahrnuje nyní kromě deformací také teplotu jako primární proměnnou. Tím vzniká vázaný nelineární systém rovnic, který má obecně nesymetrickou tečnou matici. Jako příklad takových úloh jmenujme nestacionární ohřev pružiny z polymerního materiálu. Obr. 18 ukazuje deformační proces vzniklý náhle působícím ohřevem spodního okraje. Ve stacionárním konečném stavu se původně rovný pružný list přetvořil do kružnice. Pro jednotlivé časové stupně jsou zakresleny vektory, které ukazují směr tepelného toku, a tím i jeho silnou závislost na deformacích. Diagram na obr. 18 znázorňuje konvergenci při iterativních výpočtech termomechanické rovnováhy v jednom časovém kroku.

Použije-li se vázané Jacobiho matice, ukáže se typická kvadratická konvergence Newtonovy metody. Zanedbají-li se členy představující termomechanickou vazbu, lze pozorovat stále

ještě více než lineární chování konvergence, jež však vede k podstatně většímu počtu iterací. Zde je však třeba uvážit, že nevázané Hessovy matice jsou - na rozdíl od vázaných - symetrické. Tím se stává řešení linearizované soustavy rovnic uvnitř jednoho přírůstku méně náročné, takže u problémů s velmi velkým počtem neznámých může být nevázaná strategie úspornější.

3.4 Expertní systémy

K tomu, aby se ukázaly dalekosáhlé a rozmanité možnosti počítačové mechaniky, je zapotřebí nejen rozsáhlých znalostí fyziky inženýrských úloh, ale také zkušeností s aplikacemi numerických algoritmů v programech MKP. Složitost obou oblastí vede k tomu, že i zkušenému uživateli mohou uniknout chyby při tvorbě modelu, při výběru algoritmů nebo při nastavení řídících parametrů. Protože k ověření výsledků bývají jen omezené možnosti, je často obtížné takové chyby dodatečně rozpoznat nebo soudit na skutečnou příčinu špatných výsledků.

Krokem vpředu by mohlo být začlenění expertních systémů. Expertní systémy, pokud obsah jejich vědecké báze ospravedlňuje takový název, slouží k simulaci lidského chování při řešení problémů. Povstaly z výzkumu umělé inteligence v posledních dvaceti letech a patří z hlediska praktického prospěchu k nejpokročilejším výdobytkům vědy.

Konvenční programy sestávají z jedné nebo z několika skupin instrukcí, které spolu tvoří algoritmický proces. V tomto algoritmu se předepisuje, jak je třeba zpracovat data, jež se do programu vkládají. Odborná znalost programového řízení je představována přímo algoritmy programu, což se také s procedurální reprezentací vyznačuje. Snadno lze poznat, že v této formě, v jaké se zde věda představuje, nemá heuristické poznání, které může být dáno např. pravidly "od oka", žádné místo. V protikladu k tomu stojí expertní systémy. To jsou počítačové programy, které vzešly z výzkumu umělé inteligence. V podstatě sestávají ze dvou komponent, jednak z vědní banky, v níž jsou uloženy znalosti z určitého odborného odvětví, jednak z interferenční komponenty, která je schopna toto vědění zpracovat, to znamená správně je

obsahově propojit a vytěžit z něho nakonec správné důsledky. Aby bylo možné uložit do paměti počítače odborné znalosti, musí se upravit do speciálního reprezentačního tvaru. Zde se neformuluji algoritmy, ale pravidla, která lze ještě vybavit pravděpodobnostmi, aby mohla obsahnout např. už zmíněná pravidla "od oka". Algoritmy interferenční komponenty neobsahují nijaké odborné znalosti o oblasti použitelnosti programu, ale jen zcela obecné procedury k logickému zpracování znalostí, které jsou ve tvaru pravidel obsaženy ve vědní bance.

Expertní systémy mohou doprovázet KP výpočty od preprocessoru až k postprocesoru v úloze řídícího a dohlížecího systému nové kvality, který může sloužit jako kompetentní poradce jak uživateli, tak i MKP programu. Nová kvalita je ve schopnosti zpracovat i nealgoritmizovatelné a heuristické poznatky. Expertní systémy se přitom mohou uplatnit a pomoci na různých úrovních tvorby modelů, od reálného systému přes fyzikální model, matematický model až k numerickému výpočetnímu modelu. Mohou zúžit prostory řešení ve smyslu fokuzace a vést tak k spolehlivějším výsledkům s větším informačním obsahem.

4. SOUHRN VÝHLED⁸

V předchozích odstavcích byla uvedena zadání úloh, teoretické formulace, algoritmy a aplikace z oboru počítačové mechaniky, zvláště z odvětví konstrukční mechaniky. U této široce pojaté a rychle se rozvíjející oblasti bylo ovšem možné podat jen výběr. Záleželo nám především na tom, abychom ukázali, že se vyplácí "tvrdá analýza" zvláště u nelineárních úloh, aby se dosáhlo "efektivní numeriky", tj. rychle konvergujícího, robustního iteračního postupu. S pouhým "hurá počítáním" a inženýrskou intuicí tyto algoritmy nezískáme. Zvláště se ukázalo, že exaktní tečné matice, které vedou ke kvadratickému chování konvergence, např. pro elasticko-plastické materiály se zpevněním, jsou sotva kdy složitější než sečné matice. Obdobné tvrzení platí i o tečných maticích k popisu boulení skořepin a jejich pokritických stavů.

Pokud jde o výhled základního oboru "počítačové mechaniky", poukazujeme na problémy poškození materiálu, případně s tepelnou vazbou, a dále na adaptivní zjemňování sítě pro nelineární úlohy s použitím rozšířených indikátorů chyb a multigridní strategie. Konečně je třeba jmenovat nové architektury počítačů, zvláště zabudování mnoha paralelních procesorů ve spojení s metodami rozkladu oblastí, což je důležitou úlohou dalšího vývoje.

5. SEZNAM LITERATURY

- Argyris, J., Mlejnek, H. P. (1988): Die Methode der finiten Elemente, Band I, II und III, Vieweg, Braunschweig.
- Arnold, D. N., Brezzi, F., Douglas Jr, J. (1984): PEERS: A New Mixed Finite Element for Plane Elasticity, Japan J. Appl. Mathematics, 1, 347 - 367.
- Babuška, I., Rheinboldt, W. C. (1978): Error Estimates for Adaptive Finite Element Computations. SIAM, Journal on Numerical Analysis, 15, 736 - 755.
- Babuška, I., Dorr, M. R. (1981): Error Estimates for the Combined h-p Version of the Finite Element Method, Num. Mathematik, 37, 256 - 277.
- Belytschko, T., Tsay, C. S. (1983): A Stabilization Procedure for the Quadrilateral Plate Element with One-Point Quadrature, Int. J. Num. Meth. Engng., 19, 405 - 419.
- Becker, A., Berkahn, V., Stein, E. (1988): Weight Optimization of Steel Frames with Consideration of Geometrical and Material Nonlinearities; Proceedings of the GAMM - Seminar "Discretization Methods and Structural Optimization", ed. H. Eschenauer, Siegen.
- Brandt, A. (1985): Guide to Multigrid Development, in Hackbusch, W. / Trottenberg, U. (eds): "Multigrid Methods", Lecture Notes in Mathematics 960, Springer, Berlin - Heidelberg.

- Gruttmann, F. (1988): Theorie und Numerik schubelastischer Schalen mit endlichen Drehungen unter Verwendung der Biot-Spannungen, Forschungs- und Seminarberichte aus dem Bereich der Mechanik der Universität Hannover, Bericht Nr. F88/1, Hannover.
- Gruttmann, F., Stein, E. (1987): Tangentiale Steifigkeitsmatrizen bei Anwendung von Projektionsverfahren in der Elastoplastizitätstheorie. Ing. Archiv, 58, 15 - 24.
- Hackbusch, W. (1985): Multi-Grid Methods and Applications, Springer, Berlin-Heidelberg.
- Keller, H. B. (1977): Numerical Solution of Bifurcation and Nonlinear Eigenvalue Problems. In: Rabinowitz, P. (ed.): Application of Bifurcation Theory, New York: Academic Press 1977, 359 - 384.
- Lengnick, M. (1988): Diplomarbeit, IBNM, Universität Hannover.
- Libai A., Simmonds, J. G. (1983): Nonlinear Elastic Shell Theory. Advances in Applied Mechanics 23, Academic Press.
- Malkus D. S., Hughes T. R. J. (1983): Mixed Finite Element Methods - Reduced and Selective Integration Techniques: a Unification of Concepts. Comp. Meth. Appl. Mech. Engng., 15, 63 - 81.
- Marsden, J. E., Hughes, T. R. J. (1983): Mathematical Foundations of Elasticity, Englewood Cliffs: Prentice-Hall.
- Miehe, C. (1988): Zur numerischen Behandlung thermomechanischer Prozesse, Forschungs- und Seminarberichte aus dem Bereich der Mechanik der Universität Hannover, Bericht Nr. F88/6, Hannover.
- Mittelmann, H. D., Weber H. (1980): Numerical Methods for Bifurcation Problems - a Survey and Classification. In: Mittelmann, Weber (ed.): Bifurcation Problems and their Numerical Solution, ISNM 54, (Basel, Boston, Stuttgart: Birkhäuser), 1 - 45.
- Ogden, R. W. (1972): Large Deformation Isotropic Elasticity on the Correlation of Theory and Experiment for Incompressible Rubberlike Solids, Proc. R. Soc., London, A (326), 565-584.
- Reissner, E. (1982): A note on two-dimensional, finite-deformation theories of shells. Int. J. Non-lin. Mech., 17, 217 - 221.
- Rheinboldt, W. C. (1981): Numerical Analysis of Continuation Methods for Nonlinear Structural Problems. Comp. and Struct., 13, 103 - 113.
- Riks, E. (1972): The Application of Newtons Method to the Problem of Elastic Stability. J. Appl. Mech., 39, 1060 - 1066.
- Schittkowski, K. (1981): The Nonlinear Programming Method of Wilson, Han and Powell with an Augmented Lagrangian Type Line Search Function, Num. Mathematik, 38, 83 - 114.
- Simo, J. C., Taylor R. L. (1985): Consistent Tangent Operators for Rate-independent Elastoplasticity. Comp. Meth. Appl. Mech. Engng., 48, 101 - 118.
- Stein, E., Müller-Hoeppe, N. (1987): Finite Element-Analysis for Large Elastic Strains. In: Pande, G., Middleton J.: Proc. of NUMETA 87, Dordrecht: Nijhoff Publ.
- Stein, E., Wagner, W., Wriggers, P. (1988): Concepts of Modeling and Discretization of Elastic Shells for Nonlinear Finite Element Analysis. In: Whiteman, J. (ed.): The Mathematics of Finite Elements and Applications VI, Proceedings of MAFELAP 87, London: Academic Press.
- Truesdell, C., Noll, W. (1965): The Non-Linear Field Theories of Mechanics. In: Flügge, S. (ed.): Handbuch der Physik, Band III/3, Berlin: Springer.
- Wagner, W. (1988): Zur Formulierung eines Zylinderschalenlements mit vollständig reduzierter Intergration. ZAMM, 68, 430 - 433.
- Vu Van, T. (1989): Zur Behandlung von Stoß- und Kontaktproblemen mit Reibung unter Verwendung der Finite-Element-Methode, Forschungs- und Seminarberichte aus dem Bereich der Mechanik der Universität Hannover, Bericht F 89/2, Hannover.

Wriggers, P. (1988): Konsistente Linearisierungen in der Kontinuumsmechanik und ihre Anwendung auf die Finite-Element-Methode, Forschungs- und Seminarberichte aus dem Bereich der Mechanik der Universität Hannover, Bericht F 88/4, Hannover.

Wriggers, P., Wagner, W., Miehe, C. (1988): A Quadratically Convergent Procedure for the Calculation of Stability Points in Finite Element Analysis. Comp. Meth. Appl. Mech. Engng., 70, 329 - 347.

Zienkiewicz, O. C. (1977): The finite element method, 3rd. Edition, London: McGraw-Hill.

Z věstníku GAMM Mitteilungen, sešit 1, březen 1989
přeložil Prof. Ing. Cyril Höschl

PLÁNOVANÉ AKCE IFToMM

Spring 1990

VARIABLE SPEED DRIVES

Further information from Dr.-Ing. G. Pieper, VDI-Gesellschaft Entwicklung Konstruktion Vertrieb (VDI-EKV), Postfach 1139 D-4000 Düsseldorf 1, FRG.

March 1-2, 1990

INTEGRATION OF DESIGN METHODOLOGIES AND COMPUTER USE

Bad Soden. Further Information from Dr.-Ing. G. Pieper, VDI-Gesellschaft Entwicklung Konstruktion Vertrieb (VDI-EKV), Postfach 1139, D-4000 Düsseldorf 1, FRG.

April 25-26, 1990

VARIABLE RATIO DRIVES - STEPLESSLY VARIABLE DRIVES

Mannheim. Further information from Dr. Ing. G. Pieper, as above.

May 1990

DYNAMICS OF RAIL VEHICLES

München. Further information from Dr.-Ing. G. Pieper, as above.

July 2-6, 1990

RO.MAN.SY '90

Cracow, Poland. Organised by CISIM-IFToMM Committee for Robots and Manipulators. Further information from Prof. A. Morecki, or Dr. K. Jaworek, Al. Niepodleglosci 222, 00-663 Warsaw, Poland.

1990

IV ALL-POLISH SYMPHOSIUM ON TEXTILE AND CRANE MACHINES

Bielsko-Biala. Further information from Prof. M. Trombski, Instytut Mechaniczno-Konstrukcyjny, PL, ul. P. Findera 33, 43-300 Bielsko-Biala, Poland.

EUROPEAN MECHANICS COLLOQUIA 1990

Euromech Colloquia are informal conferences on specialized research topics, and participation is restricted to a small number of European research workers actively engaged in the field. Overall responsibility for Euromech Colloquia is in the hands of the European Mechanics Council, and the organization of each Colloquium, including the selection of participants for invitation, is entrusted to a Chairman for that Colloquium. People who are interested in taking part in one of the Colloquia listed below should write to the appropriate Chairman. Proceedings of Euromech Colloquia are not normally published. Further information about Euromech Colloquia generally may be obtained from the Secretary of the European Mechanics Council, prof. H. H. Fernholz (Hermann-Föttinger-Institut für Thermo- u. Fluid-dynamik, Technische Universität Berlin, Straße des 17. Juni 135, D-1000 Berlin 12, Germany).

	Title, date and location	Chairman
Euromech 258	The time-dependent behaviour of ice 27-30 August 1990 Hamburg, Germany	Professor O. Mahrenholz Technische Universität Hamburg-Hamburg Eißendorfer Straße 42 2100 Hamburg 90, Germany and Dr.-Ing. J. Schwarz, Hamburg
Euromech 260	Advanced non-intrusive experimental techniques in fluid and plasma flows 5-7 September 1990 Poitiers, France	Dr. J. P. Bonner Centre d'Etudes Aérodynamiques et Thermiques Université de Poitiers 43 Rue de l'Aérodrome 86036 Poitiers Cedex, France and Dr. D. Gresillon, Poitiers
Euromech 261	Görtler vortex flows 10-12 June 1990 Nantes, France	Dr. H. Peerhossaini ISITEM Université de Nantes 2 Rue de la Houssinière 44072 Nantes Cedex 03, France and Dr. J. E. Wesfreid, Paris
Euromech 262	Sand transport in rivers, estuaries and the sea 26-29 June 1990 Wallingford, Oxon, U.K.	Dr. R. L. Soulsby Hydraulics Research Ltd. Wallingford Oxon OX10 8BA, U.K. and Dr. R. Bettess, Wallingford
Euromech 263	The effect of phase transformations in solids on constitutive laws 2-4 July 1990 Vienna, Austria	Professor F.H.Rammerstorfer Institute of Light Weight Structures Technical University of Vienna Gußhausstraße 27-29/317 1040 Vienna, Austria and Professor F.D.Fischer, Leoben

Title, date and location		Chairman	Title, date and location		Chairman
Euromech 264	Waves in saturated porous media August 1990 near Poznań, Poland	Dr. S. Kowalski Institute of Fundamental Technological Research, IPT PAN 61-725 Poznań, Poland and Dr. J. Kubin, Poznań	Euromech 272	Response of shear flows to imposed unsteadiness 15-17 January 1991 Aussois, France	Dr. G. Binder Institut de Mécanique de Grenoble B.P. 53X 38041 Grenoble Cedex, France and Dr.D.Ronneberger, Göttingen
Euromech 265	Transient effects in cavitation and high speed impact of liquid jets 3-5 September 1990 Cambridge, U.K.	Dr. J.E. Field Cavendish Laboratory University of Cambridge Madingley Road Cambridge CB3 OHF, U.K. and Professor M.B.Lesser, Stockholm	Euromech 273	Unilateral contact and dry friction May 1990 Montpellier, France	Professor J. J. Moreau Laboratoire de Mécanique Générale des Milieux Continus USTL 34060 Montpellier Cedex, France
Euromech 266	Air flow and turbulence in complex terrain August/September 1990 Bologna, Italy	Professor F. Tampieri Laboratorio Fisbat, CNR Via de Castagnoli 1 40126 Bologna, Italy and Dr.J.C.R. Hunt, Cambridge			
Euromech 267	Discrete models of fluid dynamics 18-22 September 1990 Coimbra, Portugal	Professor A.S. Alves Departamento de Matematica Universidade de Coimbra Apartado 3008 3000 Coimbra, Portugal and Professor H.Cabannes, Paris			
Euromech 268	Dynamics and control of flexible structures 11-14 September 1990 München, Germany	Professor F. Pfeiffer Lehrstuhl B für Mechanik Technische Universität München Arcisstraße 21 8000 München 2, Germany			
Euromech 269	Experimental identification of the mechanical characteristics of composite materials and structures 3-6 December 1990 St Etienne, France	Professor A.Vautrin Department of Mechanical and Materials Engineering École des Mines de Saint- -Etienne 42023 St Etienne Cedex 2,France and Professor H. Sol, Brussels			
Euromech 270	Nonlinear waves governed by hyperbolic dissipative models 26-30 September 1990 Reggio Calabria, Italy	Dr. D. Fusco Dipartimento di Matematica e Applicazioni Via Mezzocannone 8 80134 Napoli, Italy and Dr.A.Jeffrey, Newcastle/Tyne			
Euromech 271	Diffraction of waves by obstacles and inhomogeneities in fluids 2-4 October 1990 Kiev, USSR	Professor I.T. Selezov Institute of Hydromechanics Ukrainian Academy of Sciences 8/4 Zhelyabov Str. 252057, Kiev, USSR and Professor D.G.Crighton,Cambrid			

IUTAM - SYMPOSIUM PRAGUE '90
 CONTACT LOADING AND LOCAL EFFECTS IN THIN-WALLED PLATED AND
 SHELL STRUCTURES
 Praha, 4. - 7. září 1990
 Nabídky příspěvků a přihlášky k účasti zasílejte do ÚTAM ČSAV
 Vyšehradská 49, 128 49 Praha 2

Klub vedecko-technickej činnosti
 VUKOV š.p. Prešov

III. ZO SZM Volgogradská 13, 081 32 Prešov

Vám ponúka tieto publikácie:

1. Programovanie v jazyku Turbo C (850 strán, október 1989)
2. Turbo C pre pokročilých (200 strán, december 1989)
3. Rezidentné programovanie (200 strán, október 1989)
4. Programovanie v jazyku Turbo Pascal 5.0 (170 strán, október 1989)

V prípade Vášho záujmu o ponúkané publikácie zašlite objednávku na adresu:

Klub vedecko-technickej činnosti, III. ZO SZM, VUKOV š.p. Volgogradská 13, 081 32 Prešov.

Na základe Vašej objednávky Vám zašleme dohodu k zakúpeniu požadovanej publikácie. Pri hromadnom objednaní všetkých publikácií sa poskytuje zľava do výšky 10 %.

EUROPEAN MECHANICS COLLOQUIA 1990

Title, date and location		Chairman			
Euromech 258	The time-dependent behaviour of ice 27-30 August 1990 Hamburg, Germany	Professor Dr. O. Mahrenholz Technische Universität Hamburg-Harburg Eißendorfer Straße 38 2100 Hamburg 90, Germany and Dr.-Ing. J. Schwarz, Hamburg	Euromech 266	Air flow and turbulence in complex terrain August/September 1990 Bologna, Italy	Professor F. Tampieri Laboratorio Fisbat, CNR Via de Castagnoli 1 40126 Bologna, Italy and Dr. J.C.R. Hunt, Cambridge
Euromech 260	Advanced non-intrusive experimental techniques in fluid and plasma flows 5-7 September 1990 Poitiers, France	Dr. J.P. Bonnet Centre d'Etudes Aérodynamiques et Thermiques Université de Poitiers 43 Rue de l'Aérodrome 86036 Poitiers Cedex, France and Dr. D. Gresillon, Poitiers	Euromech 267	Discrete models of fluid dynamics 18-22 September 1990 Coimbra, Portugal	Professor A.S. Alves Departamento de Matemática Universidade de Coimbra Apartado 3008 3000 Coimbra, Portugal and Professor H. Cabannes, Paris
Euromech 261	Görtler vortex flows 10-12 June 1990 Nantes, France	Dr. H. Peerhossaini ISITEM Université de Nantes 2 Rue de la Houssinière 44072 Nantes Cedex 03, France and Dr. J.E. Wesfreid, Paris	Euromech 268	Dynamics and control of flexible structures 11-14 September 1990 München, Germany	Professor F. Pfeiffer Lehrstuhl B für Mechanik Technische Universität München Arcisstraße 21 8000 München 2, Germany
Euromech 262	Sand transport in rivers, estuaries and the sea 26-29 June 1990 Wallingford, Oxon, U.K.	Dr. R.L. Soulsby Hydraulics Research Ltd. Wallingford Oxon OX10 8BA, U.K. and Dr. R. Bettess, Wallingford	Euromech 269	Experimental identification of the mechanical characteristics of composite materials and structures 3-6 December 1990 St. Etienne, France	Professor A. Vautrin Department of Mechanical and Materials Engineering École des Mines de Saint-Etienne 42023 St. Etienne Cedex 2, France and Professor H. Sol, Bruxelles
Euromech 263	The effect of phase transformations in solids on constitutive laws 2-4 July 1990 Vienna, Austria	Professor F.G. Rammerstorfer Institute of Light Weight Structures Technical University of Vienna Gußhausstraße 27-29/317 1040 Vienna, Austria and Professor F.D. Fischer, Leoben	Euromech 270	Nonlinear waves governed by hyperbolic dissipative models 26-30 September 1990 Reggio Calabria, Italy	Dr. D. Fusco Dipartimento di Matematica e Applicazioni Via Mezzocannone 8 80134 Napoli, Italy and Dr. A. Jeffrey, Newcastle/Tyne
Euromech 264	Waves in saturated porous media August 1990 near Poznań, Poland	Dr. S. Kowalski Institute of Fundamental Technological Research, IPPT PAN 61-725 Poznań, Poland and Dr. J. Kubik, Poznań	Euromech 271	Diffraction of waves by obstacles and inhomogeneities in fluids 2-4 October 1990 Kiev, USSR	Professor I.T. Selezov Institute of Hydromechanics Ukrainian Academy of Sciences 8/4 Zheleyabov Str. 252057 Kiev, USSR and Professor D.G. Crighton, Cambridge
Euromech 265	Transient effect in cavitation and high speed impact of liquid jets 3-5 September 1990 Cambridge, U.K.	Dr. J.E. Field Cavendish Laboratory University of Cambridge Madingley Road Cambridge CB3 OHF, U.K. and Professor M.B. Lesser, Stockholm	Euromech 272	Response of shear flows to imposed insteadness 15-17 January 1991 Aussois, France	Dr. G. Binder Institut de Mécanique de Grenoble B.P. 53 X 38041 Grenoble Cedex, France and Dr. D. Ronneberger, Göttingen
			Euromech 273	Unilateral contact and dry friction May 1990 Montpellier, France	Professor J.J. Moreau Laboratoire de Mécanique Générale des Milieux Continus USTL 34060 Montpellier Cedex, France

KRONIKA

IUTAM Symposium on Mechanical Modelling of New Electromagnetic Materials

Place: Stockholm, Sweden
Date: April 2 - 6, 1990
Chairmen: Professor R.K.T. Hsieh
Department of Mechanics
Royal Institute of Technology
S-10044 Stockholm, Sweden

IUTAM Symposium on Dynamical Problems of Rigid-Elastic Systems and Structures

Place: Moscow, USSR
Date: May 23 - 27, 1990
Chairman: Professor D.M. Klimov
Institute for Problems of Mechanics
Pr. Vernadskogo 101
Moscow 117 526, USSR

IUTAM Symposium on Inelastic Deformation of Composite Materials

Place: Troy, USA
Date: May 29 - June 1, 1990
Chairmen: Professor G.J. Dvorak
Rensselaer Polytechnic Institute
Troy, NY 12180, USA

IUTAM Symposium on Dynamics of Marine Vehicles and Structures in Waves

Place: Uxbridge, England
Date: June 25 - 27, 1990
Chairman: Professor R.E.D. Bishop
Brunel University
Uxbridge, Middlesex UB8 3PH,
UK
Professor W.G. Price
Department of Mechanical Engineering
Brunel University
Uxbridge, Middlesex UB8 3PH, UK

IJUTAM Symposium on Separated Flows and Jets

Place: Novosibirsk, USSR
Date: July 9 - 13, 1990
Chairman: Professor V.G. Dulov
Institute for Theoretical and Applied Mechanics
630090 Novosibirsk, USSR

80 let Prof. Dr. Ing. Alfreda Bolka



Dne 30. 9. 1989 se dožil 80ti let prof. Dr. Ing. Alfred Bolek, bývalý vedoucí katedry částí strojů strojní fakulty ČVUT v Praze.

S jeho jménem je úzce spjata celá poválečná historie strojní fakulty ČVUT, na níž působí až dosud. Během této doby vykonával sedm let funkci děkana a čtyři roky funkci proděkana, od r. 1958 až do r. 1974 byl vedoucím katedry částí strojů. Jeho rukama v pravém slova smyslu prošli téměř všechni pováleční absolventi strojní fakulty, kteří nikdy nezapoměnou na jeho názorné a pečlivě připravené i přednesené přednášky.

Profesoru Bolkovi přejeme do dalších let hodně zdraví, dobré po-hody a radosti z dobře vykonané práce.

Člen korespondent Josef Kabelka 60 let

Člen korespondent Josef Kabelka se narodil 19. 4. 1929 v Kos-telci nad Černými lesy, kde také vystudoval. Strojní fakultu ČVUT se specializací Spalovací motory absolvoval v r. 1953. Tehdy jsme byli spolužáci, kteří se znali tak sotva od vyděšení.

Téhož roku nastoupil, či jak lze více vzletněji, ale také přesněji říci, jej "vítr zavál" na katedru matematiky tehdejší VŠ v Praze, kde se také naše životní cesta na krátkou dobu hodně sblížila. Tenhle začátek byl poněkud kuriózní v tom, že jsme "spadli" do rozjetého III. semestru a v důsledku všelijakých reforem také do látky, s níž jsme se při našem studiu neměli to potěšení seznámit. Samozřejmě, že to bylo i trochu nezodpovědné a pro bouřlivý vývoj v těchto létech asi i příznačné, ale nedalo se nic dělat, byli jsme ve známé roli neplavců hozených do vody a panovalo přesvědčení, že se nemůžeme utopit, když služební nříkaz zní jinak

Dodnes rád vzpomínám na tehdejší "dostihy", kdy jsme dlouho do noci, někdy i přes ni vymýšleli a počítali příklady, aby dobře "vyšly", byly s ohledem na probíranou látku dostatečně instruktivní a aby to obecné z nich se dobře pamatovalo. Byli jsme touto situací sice zaskočeni a trápeni, ale také svým způsobem stimulováni; mohli jsme ukázat, co je v nás. Zmiňuji se o tom proto, že pokud jde o Pepu, ten byl zcela ve svém živlu; bylo naprosto zřejmé, jak ho takové mimořádné podmínky maximálně uspokojují a těší. Umět dnes to, o čem jsem ještě včera nedoufal, že bych mohl dokázat, to se v průběhu doby stalo jeho celoživotní motivací. Proto nepřekvapuje ani intenzita jeho odborného růstu, ani šíře jeho profesionálních zájmů, ani vynikající výsledky, kterých postupně dosahoval.

Od svého příchodu do Ústavu pro výzkum strojů, nyní Ústavu termomechaniky, v r. 1959 se člen korespondent J. Kabelka začal zabývat výzkumem tehdy zcela nových konstrukčních materiálů – vláknitých polymerních kompozitů. Již po 4 letech se stal vedoucím Oddělení anizotropních materiálů a v r. 1977 byl v ÚT ČSAV jmenován zástupcem ředitele. V této funkční působí dodnes a jeho dlouholetá činnost byla oceněna řadou uznání, mezi jinými i např. udělením stříbrné a zlaté plakety F. Křížíka "Za zásluhy v technických vědách". Po obhájení doktorské disertace v r. 1986 se J. Kabelka v r. 1988 stává členem korespondentem ČSAV.

Od začátku své vědecké dráhy usiluje jubilant o prosazování kompozitních materiálů do konstrukční praxe a většina jeho teoretických i experimentálních prací byla také v praxi využita. Významné jsou v tomto ohledu zejména jeho původní matematické modely kompozitu, umožňující ze znalosti vlastností a struktury složek předpovídat elasticke konstanty, teplotní roztažnosti i zbytková pnutí výsledného kompozitního materiálu.

Značný ohlas zaznamenaly i jím vypracované způsoby predikace creepového chování při proměnlivé teplotě a originální experimentální postupy měření rozdílu modulů pružnosti v tahu a tlaku, Poissonovy konstanty, či stanovení konstant rheologických modulů polymerních materiálů.

Člen korespondent Kabelka je odborné veřejnosti široce znám i svou činností vědecko-organizační a popularizační. Je neúnavným organizátorem mezinárodních konferencí "Využitě plasty". O jeho mezinárodním renomé svědčí ostatně i jeho pravidelné působení jako hostujícího profesora na universitě v Kassel, autorství více než 40 časopiseckých publikací a spoluautorství 4 zahraničních monografií.

Josef Kabelka je člověkem různorodých zájmů, které po léta formují jeho osobnost. Za zmínu tu stojí jeho všeestranné pohybové nadání, které mu např. v rámci různých sportů dalo rychle vyniknout tam, kde jiní dlouhá léta dřeli Je asi pro vědu šťastnou okolností, že jubilanta "tenkrát" nezlákala dráha profesionálního sportovce, že sportovní využití pokládat vždy jen za jednu z radostí (i povinností) harmonicky rozvíjet všechny své vlohy; že dobré tušil, že jeho trénovaný duch může dosáhnout a dosáhne met daleko cennějších ... I tak však platilo, že Josef

Kabelka byl v řadě sportů svými partnery vždy vřele vítán - i když být spoluhráčem a být soupeřem byl tak propastný rozdíl.

Ke zmíněným vlohám patří i mimořádná manuální zručnost, která ho od mládí vedla k další lásce - k práci se dřevem - s ušlechtilým, teplým a voňavým materiélem, který v šikovných rukou ožívá a asi lépe než jiné se dovede krásně odvděčit těm, jež se ho s láskou dotýkají.

A ještě o jedné zálibě se chci zmínit: o jubilantově lásce k divadlu, ochotničení a k poezii. Také tou dýchal od studentských let i když pak později nebyla už taková možnost se jí dále věnovat, tahle stará láska v něm nezrezivěla: pamět zachovat stovky nejkrásnějších strof a mnohokrát prožitá radost pevně zakotvila potěšení z krásy slova a z přesně a poeticky formulovaných myšlenek. Krátce všechno tó, co snad lze nazvat "kulturnou mateř - ského jazyka", pěstovanou s pokorou, poruzuměním, oddaností a láskou.

A tak nelze asi končit jinak než poznámkou, že o některých vzácných lidech platí zřejmě totéž, co o dobrých vínach: léty zrají, získávajíce na barvě, vůni, chuti i ceně. Přání jubilantu je pak vlastně nasnadě: aby tento podivuhodný a obohacující proces zrání ještě dlouho pokračoval !

Zdeněk Bayer
ÚT ČSAV

Významné životní jubileum Prof. Dr. Ing. Františka Primuse, DrSc.

František Primus, profesor fakulty strojní Českého vysokého učení technického v Praze, nositelky Řádu republiky, významný teoretik a vynikající odborník především v oboru tváření, se dožívá dne 24. září 1989 v plné svěžestí 80 let.

Po studiu na První české reálce v Plzni absolvoval Vysokou školu strojního a elektrotechnického inženýrství v Praze. Po studiu na vysoké škole nastoupil jako asistent u profesora Spály na ústav nauky o pružnosti a pevnosti, kde na závěr svého tříletého působení předložil a obhájil doktorskou dizertační práci. Po ukončení doktorské práce nastoupil v roce 1934 jako technický úřadník do matematického oddělení Škodových závodů v Praze. Později pracoval v Metalurgickém ústavu v Plzni a od roku 1939 v oddělení materiálu a technologie na Vrchním technickém ředitelství v Praze. V roce 1945 byl jmenován vedoucím oddělení výzkumu materiálu a technologie na generálním ředitelství Československých závodů kovodělných, z něhož byl později vytvořen Státní výzkumný ústav materiálu a technologie.

Po habilitačním řízení v roce 1945 byl jmenován zprvu mimořádným a později řádným profesorem pro obor Mechanická technologie, který přebudoval na katedru nauky o tváření, slévání

a svařování. Na této katedře pracoval až do svého odchodu do důchodu v roce 1979.

V roce 1957 byl povězen funkci proděkana pro vědu a výzkum a poté do roku 1959 zastával funkci děkana fakulty strojní Českého vysokého učení technického v Praze. Odborná, pedagogická a vědecká činnost soudruha profesora Primuse byla velmi rozsáhlá. Vysoká teoretická zdatnost byla vždy na úrovni rozvoje vědy a techniky, jež byla dána jeho životním stylem založeným na soustavném sebevzdělávání. Tento přístup byl patrný i v jeho netradičních přístupech k řešeným problémům.

Nedílnou součástí činnosti soudruha prof. Primuse byla též politicko-výchovná práce mezi studenty a mladými pedagogickými pracovníky. Jako dlouholetý člen KSC pracoval v řadě stranických, odborových i odborných funkcích. Jeho všeestranná politicko-výchovná činnost byla po zásluze oceněna v roce 1971 udělením vyznamenání "Za vynikající práci", v roce 1972 udělením Zlaté Felbovy medaile a v roce 1973 Pamětní medailí k 25 výročí Února.

Výsledky své odborné a vědecké činnosti publikoval v technických časopisech Českého vysokého učení technického, Československé akademie věd, Strojírenství, Strojírenské výrobě a také v řadě odborných zahraničních časopisů. Pro potřeby studia a zajištění výuky na fakultě strojní vydal během své pedagogické činnosti 14 vysokoškolských skript, řadu učebních textů pro postgraduální studium a učebnic, které obsahly všechny obory mechanické technologie, zpočátku ve spolupráci se SPASEI, později ve vydavatelství ČVUT.

Odborné kvality soudruha profesora Primuse se doplňují s jeho lidským profilem a životní optimismus, otevřenosť a sociální cítění charakterizují jeho osobnost stejně jako jeho živý zájem o techniku, vědu, literaturu a společenský život.

Přejeme profesorovi Františku Primusovi do dalších let pevné zdraví, neutuchající životní optimismus a mnoho spokojenosti z práce, kterou pro výchovu mladé technické inteligence a rozvoj našeho strojírenského průmyslu vykonal.

Doc. Ing. Jiří Procházka, CSc
vedoucí katedry nauky o tváření
slévání a svařování

K šedesátinám Ing. Ondřeje Fischeru, DrSc.



V Praze 5.11.1929 se narodil v rodině pražského stavebního inženýra Ing. Dr. Jana Fischera první syn Ondřej. Vykročil ve šlépějích svého otce a v roce 1953 s vyznamenáním ukončil druhou státní zkouškou studium stavební fakulty ČVUT. V letech 1951 až 1961 byl nejprve asistencem, později rádným vědeckým aspirantem akademika Daška a profesora Kolouška a na konci tohoto období odborným asistencem v Ústavu statiky a dynamiky. V letech 1962 až 1964 byl samostatným statikem v Inženýrských a průmyslových stavbách. Od roku 1964 až dodnes je činný v Ústavu teoretické a aplikované mechaniky ČSAV v oddělení dynamiky, nyní jako vedoucí vědecký pracovník oddělení dynamiky konstrukcí a prostředí. V letech 1967-1968 pracoval v italském Bergamu v ISMES na modelovém výzkumu pružně-plastické odevzdy konstrukcí při silných otřesech. V roce 1959 obhájil kandidátskou práci o kmitání válcových těles v proudu vzduchu a v roce 1988 doktorskou práci dynamika stožárů.

Jeho hluboce odborná činnost, zaměřená zejména na odstraňování nadměrného kmitání konstrukcí zatížených větrem, přinesla nové myšlenky a v aplikacích na kotvené stožáry a věže úspory při rekonstrukcích i nových projektech. V posledních dvaceti letech rozšířil jubilant svou činnost na řešení problémů stavebních konstrukcí, plynoucích ze zatížení přírodní i technickou seismicitou.

Jubilantu činnost ocenilo Prezidium ČSAV v roce 1980 stříbrnou plaketou Františka Křížíka; v roce 1983 jako člen kolektivu obdržel Státní cenu Klementa Gottwalda a v roce 1988 medaili Společnosti pro mechaniku při ČSAV.

Společnosti pro mechaniku při ČSAV.

Jubilant publikoval asi 170 prací a výzkumných zpráv z obořu aerelasticity, aerodynamiky a dynamiky u nás i v zahraničí. Je to počet, který je rozhodující pro případná postupová řízení nebo pro dráždivý pocit konkurentů, ale u Fischera tomu tak není, rozhodující je kvalita prací, o níž svědčí ohlasy v zahraničí, pozvání na přednášky (např. 1967 Mezinárodní kurs seismického inženýrství, periodická účast na přednáškách společnosti IASS apod.).

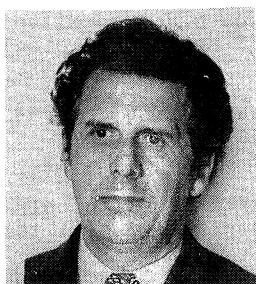
V neformální části tohoto příspěvku mi dovolte ocenit Ondřeje Fischera jako člověka: poznal jsem ho v roce 1960 při projektování první zavěšené střechy v Praze. Pečlivý přístup od statického řešení až po dimenzování detailů je u něho samozřejmostí. Jeho životním krédem v profesionální činnosti je logičnost a aplikativnost. V jeho pracích nenašel výsledky např. ve tvaru dvojných nekonvergentních řad, ale explicitní vyjádření ověřená příklady, popř. experimentem.

Ondřej Fischer byl světlou postavou ve vzpomínce na kritické období, kdy jsem musel opustit pracoviště. On jediný se mne za stával, bez ohledu na případné následky, protože byl přesvědčen o nesprávnosti postupu zaměstnavatele.

Milý Ondřeji, k Tvým šedesátinám Ti přejeme mnoho dalších tvůrčích let života, těšíme se na spolupráci s Tebou i na posezení při sklence vína, při níž poznáváme síří Tvých znalostí a zájmů, a kdy vážný Tvůj pohled nevylučuje vybočení z technické strohosti ke kvalitnímu šprýmu. Přejeme Ti, abys užil hodně radosti v kruhu rodinném z růstu svých synů, dcer a vnoučat.

Doc. Ing. Miroš Pirner, DrSc.

Doc. Ing. Jaromír Slavík, CSc. - šedesátníkem



V předečer 1. máje tohoto roku se v plné svěžesti a tvůrčí aktivitě dožil významného životního jubilea Doc. Ing. Jaromír Slavík, CSc.

Po absolvování reálného gymnázia v Chebu v roce 1948 studoval v letech 1948 až 1952 na strojní fakultě ČVUT v Praze – obor energetické stroje a zařízení u Prof. Ing. Miškovského. Na základě umíštěnkového řízení nastoupil v roce 1952 do První brněnské strojírny ZKG v Brně do oddělení konstrukce parních turbin, kde se zabýval termickými

výpočty parních a spalovacích turbin.

V roce 1958 nastoupil v rámci pomoci První brněnské strojírně ZKG vytvářející se energetické fakultě VUT v Brně na katedru technické mechaniky, pružnosti a pevnosti jako odborný asistent. Zde přednášel, vedl cvičení a konzultace u dálkového studia předmětů statika, kinematika, dynamika, pružnost a pevnost.

V letech 1962 – 1965 přednášel na MTC v Káhiře.

V roce 1969 obhájil kandidátskou disertační práci na téma "Určení stavu napjatosti v lisovaných spojích skládaných lodních klikových hřídelů".

V roce 1974 se habilitoval na téma "Kmitání válcových skořepin, vyztužených příčnými žebry" a byl jmenován docentem.

Je členem zkušebních komisí pro obhajoby kandidátských disertačních prací a spoluautor připravované celostátní učebnice Dynamika.

Za jeho kvalitní pedagogickou činnost mu byl v roce 1987 udělen titul Vzorný učitel. Tolik ve stručnosti k jeho vědecko-pedagogické činnosti.

Nelze však opominout jeho vědecko-výzkumnou činnost. Od roku 1975 je odpovědným řešitelem dílčích etap státního plánu základního výzkumu, v nichž se cílevědomě a úspěšně zabývá dynamickými problémy pohonů válcovacích stolic.

Od roku 1969 je vědeckým tajemníkem brněnské pobočky Československé společnosti pro mechaniku a současně člen jejího hlavního výboru, kde pracuje jako předseda odborné skupiny pro výuku EAN. Je členem národního komitétu IFTOMM.

Mezi svými spolupracovníky je s. Doc. Ing. Jaromír Slavík, CSc. znám jako skromný, laskavý a spolehlivý člověk, který je vždy ochoten poradit a pomoci, a to nejen ve vědecko-pedagogických problémech, nýbrž i v problémech osobních. Jeho spolupracovníci a přátelé přejí jubilantovi pevné zdraví, aby ho i nadále provázel dosavadní elán a optimismus, a aby ještě řadu let se mohl téšit z výsledků své vědecké a pedagogické činnosti.

Kolektiv pracovníků katedry mechaniky těles fakulty strojní VUT Brno

Šedesátiny akademika Karla Juliše

Dne 10. listopadu 1989 se dožil šedesáti let akademik Karel Juliš, místopředseda vlády ČSSR a předseda Státní komise pro vědeckotechnický a investiční rozvoj. Je nositelem vyznamenání Za vynikající práci, Za zásluhy o výstavbu, státní ceny K. G., stříbrné čestné plakety ČSAV F. Křižíka za zásluhy v technických vědách, zlaté Felberovy medaile ČVUT a řady dalších významných ocenění.

Akademik K. Juliš vystudoval strojní fakultu ČVUT. Od r. 1953, kdy studia ukončil, pracoval ve Státním výzkumném ústavu pro stavbu strojů, v letech 1970 - 1982 byl jeho ředitelem. Později se stal děkanem strojní fakulty ČVUT, v letech 1986 - 1987 byl místopředsedou ČSAV pověřeným vedením oddělení o neživé přírodě. V letech 1987 - 1988 stál v čele ministerstva školství ČSR, r. 1988 byl jmenován ministrem hutního, strojního a elektrotechnického průmyslu ČSSR. Od r. 1989 je místopředsedou vlády ČSSR a předsedou Státní komise pro vědeckotechnický a investiční rozvoj.

Profesorem mechaniky na strojní fakultě ČVUT je od r. 1972 a přednáší vyšší dynamiku a teoretickou mechaniku. Členem korespondentem ČSAV je od r. 1977, akademikem se stal r. 1984.

Ve své vědecké práci se věnuje mechanice v aplikaci na dynamické problémy stavby strojů. Zaměřil se zvláště na kmitání lopatek proudových strojů, na dynamiku rotorů v aplikaci na dynamické vyvažování za provozních podmínek, aplikaci metod matematické statistiky, konvergenci vyvažovacích postupů, vyvažování mechanismů aj.

Jako předseda komise FMHTS se významně podílel na progresivní inovaci a zvýšení provozní spolehlivosti těžebních strojů velkých výkonů pro SHD s mimořádnými ekonomickými efekty pro čs. národní hospodářství.

Za původní práce a jejich efektivní praktickou aplikaci v průmyslové praxi obdržel státní cenu K. G. (1964). Je autorem tří knih a několika desítek původních prací.

Je nutno ocenit i jeho objektivní a přátelský přístup při řízení Státního výzkumného ústavu pro stavbu strojů, kde pod jeho vedením vyrůstala řada vynikajících vědeckých a vědeckotechnických pracovníků, byly rozvíjeny žádoucí hraniční vědecké obory a vytvořena nová pojetí pro moderní konstruování strojů a zařízení a diagnostiku.

Přejeme akademiku Karlu Julišovi do dalších let dobré zdraví, osobní pohody a mnoho úspěchů při zabezpečování úspěšného rozvoje čs. vědeckotechnické základy.

akademik Jaroslav Valenta